



Artículo de investigación



Estudio comparativo de aproximaciones al modelo RG en un sistema fotoacústico diferencial en modo de reflexión

A comparative study of approximations to the RG model in a differential photoacoustic system in reflection mode

Luis David Vargas-Sotelo , Sergio Marcial-Palma , Francisco Javier García-Rodríguez ,
Salvador Manuel Malagón-Soldara , David Gasca-Figueroa

Tecnológico Nacional de México / Instituto Tecnológico de Celaya, Antonio García Cubas Pte #1200 esq. Ignacio Borunda, C.P. 38010, Celaya, Guanajuato. México

Autor de correspondencia: David Gasca Figueroa, Tecnológico Nacional de México / Instituto Tecnológico de Celaya, Antonio García Cubas Pte. #1200 esq. Ignacio Borunda, C.P. 38010, Celaya, Guanajuato. México. Correo electrónico: david.gasca@itcelaya.edu.mx; ORCID: 0000-0002-8113-7935.

Recibido: 16 de abril 2026

Aceptado: 8 de Julio 2026

Publicado: 23 de Julio 2026

Resumen. - En este trabajo se presenta un estudio comparativo de aproximaciones a la respuesta fotoacústica obtenida del modelo de Rosencwaig – Gersho (RG) para una celda fotoacústica diferencial en modo de reflexión, con el propósito de evaluar su validez en la determinación de la efusividad térmica. Se propone una configuración integrada por dos celdas fotoacústicas convencionales idénticas, en las que la razón de las respuestas fotoacústicas permite reducir el número de parámetros geométricos, ópticos y térmicos, simplificando el tratamiento matemático. Se desarrollan aproximaciones de orden cero, primer y segundo orden para la razón de presiones relativas complejas, y su desempeño se evalúa mediante el error porcentual respecto a la expresión completa del modelo RG. El análisis se realiza para frecuencias de modulación entre 1 y 2000 Hz, utilizando aire como gas de trabajo y aluminio como transductor térmico en ambas celdas y, en una celda, se emplea acero como material de soporte y además se usa como referencia, mientras que en la otra se trabajan efusividades térmicas entre 5.85 y $36500 \text{ W} \cdot \text{s}^{1/2} / \text{m}^2 \cdot \text{K}$ en el material de soporte bajo estudio. Los resultados muestran que la aproximación de orden cero presenta desviaciones significativas, mientras que la aproximación de primer orden ofrece un balance óptimo entre simplicidad y precisión, siendo esta la más adecuada para describir la respuesta fotoacústica del sistema diferencial. El método propuesto constituye una alternativa no intrusiva, reproducible y de bajo costo para la caracterización térmica de materiales, con potencial aplicación en sistemas líquidos, procesos de enfriamiento, biomateriales y diversas áreas de la ingeniería.

Palabras clave: Efusividad térmica; Respuesta fotoacústica; Aproximaciones de la presión relativa compleja; Celda fotoacústica diferencial.

Abstract. - This paper presents a comparative study of approximations to the photoacoustic response obtained from the Rosencwaig-Gersho (RG) model for a differential photoacoustic cell in reflection mode, and in this way to evaluate its use in determining thermal effusivity. An integrated configuration consisting of two identical conventional photoacoustic cells is proposed, in which the ratio of the photoacoustic responses allows a reduction in the number of geometric, optical, and thermal parameters, simplifying the mathematical treatment. Zero-order, first-order, and second-order approximations are developed for the ratio of complex relative pressures, and their performance is evaluated by the percentage error with respect to the complete expression of the RG model. The analysis is performed for modulation frequencies between 1 and 2000 Hz, using air as the working gas and aluminum as the thermal transducer in both cells, and, in one cell, steel is used as support material and as a reference, while in the other cell, thermal effusivities between 5.85 and $36500 \text{ W} \cdot \text{s}^{1/2} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ are worked on in the support material under study. The results show that the zero-order approximation exhibits significant deviations, while the first-order approximation offers an optimal balance between simplicity and accuracy, making it the most suitable for describing the photoacoustic response of the differential system. The proposed method constitutes a non-intrusive, reproducible, and low-cost alternative for the thermal characterization of materials, with potential applications in liquid systems, cooling processes, biomaterials, and various engineering fields.

Keywords: Thermal effusivity; Photoacoustic response; Approximations of complex relative pressure; Differential photoacoustic cell.



1. Introducción

Las magnitudes termofísicas cuantifican la capacidad de un material para almacenar, transferir y/o intercambiar energía térmica (calor). Entre las magnitudes más importantes se encuentran la conductividad térmica (κ , $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$), la difusividad térmica (α , $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$), la efusividad térmica (e , $\text{W}\cdot\text{s}^{1/2}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$) y la capacidad calorífica específica (C , $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$). Cada una de estas magnitudes tiene una función especial en los procesos térmicos; en particular, la efusividad térmica, definida como la capacidad de un material para almacenar y restaurar un flujo de calor, tiene un papel relevante en los procesos de intercambio de calor entre superficies [1,2]. Por tanto, conocer las propiedades térmicas es de gran interés para la fabricación y/o modificación de diversos materiales. Existen diferentes métodos experimentales para determinar cada magnitud termofísica, que permiten su medición con alta precisión, estos métodos dependen del régimen en el que se desarrolle el proceso térmico (estático, estacionario o dinámico). En régimen dinámico, cuando el flujo de calor depende del tiempo, la técnica fotoacústica (PA) de onda continua (cw) ha sido una de las más utilizadas para medir la difusividad térmica de sólidos [3–5], líquidos [6–8] y semisólidos [9–11] debido a su versatilidad y precisión. Las técnicas PA, y todas las fototérmicas, resurgieron en la década de 1970 con el modelo de pistón térmico propuesto por Rosencwaig y Gersho (RG) para sólidos [12]. El modelo RG, a través de las condiciones de contorno, asume una conductancia térmica infinita o una resistencia térmica cero en la interfaz entre la muestra y el respaldo [13].

Hoy en día, las técnicas de PA están muy bien establecidas en laboratorios de todo el mundo y solo se utilizan como una herramienta para estimar las propiedades térmicas de los materiales más diversos [14–16]. La primera celda fotoacústica para la determinación de propiedades térmicas fue propuesta por Rosencwaig y Gersho en 1977 [12], en ella se proponía una cámara cerrada con un gas, la muestra de trabajo y un material sólido de soporte como elementos principales de la celda. También ha sido empleada, para la determinación de coeficientes de absorción, una celda en la cual un gas es confinado entre dos ventanas con absorción débil para determinar coeficientes de absorción óptica [17]. Una variante de celda PA permite obtener las señales de reflexión o transmisión acorde con el acomodo de la muestra [18]. Otros investigadores han propuesto diversos tipos de celdas PA para investigaciones médicas, espectroscopias, entre otras [19–21].

Varios estudios han mostrado que la reducción en la influencia de la instrumentación del sistema en la medición de la señal fotoacústica puede incrementar la precisión en la medición de propiedades ópticas y térmicas obtenidas mediante esta técnica [22–32]. Debido a su carácter no intrusivo, bajo costo experimental y versatilidad, la técnica fotoacústica constituye una alternativa atractiva para la caracterización térmica de una amplia variedad de materiales. En el presente trabajo, se usa un nuevo enfoque basado en una variante de las celdas PA diferenciales previamente reportadas [33–35].

Diversas configuraciones de celdas fotoacústicas han sido propuestas con el propósito de mejorar la sensibilidad, reproducibilidad y repetitividad de las mediciones. Entre ellas destacan los sistemas diferenciales, los cuales permiten reducir la influencia de parámetros experimentales asociados a la instrumentación y a las condiciones de operación. Sin embargo, aunque el modelo de Rosencwaig-Gersho (RG) es ampliamente utilizado para describir la respuesta fotoacústica de estos sistemas, las aproximaciones matemáticas empleadas habitualmente en su análisis suelen aceptarse sin una evaluación



sistemática de su validez para diferentes condiciones de frecuencia y propiedades térmicas de los materiales.

En este contexto, resulta de interés determinar el error asociado al uso de dichas aproximaciones y establecer las condiciones bajo las cuales pueden emplearse con confianza en la estimación de propiedades termofísicas. Particularmente, la determinación precisa de la efusividad térmica requiere conocer el impacto que tienen las simplificaciones matemáticas sobre la respuesta fotoacústica calculada.

Por lo anterior, en el presente trabajo se propone una configuración fotoacústica diferencial basada en dos celdas fotoacústicas convencionales idénticas, una de referencia y otra de estudio, ambas operando en modo de reflexión. Se desarrollan aproximaciones de orden cero, primer orden y segundo orden para la razón de presiones relativas complejas derivada del modelo RG y se compara su desempeño con la expresión completa mediante el cálculo del error porcentual.

Para el análisis se considera aire como gas de trabajo en ambas celdas, aluminio como transductor térmico operando bajo el régimen térmicamente delgado y acero como material de referencia térmicamente grueso en una de las celdas. En la otra celda, la efusividad térmica del material de estudio se varía en el intervalo de 5.85 a $36500 \text{ W}\cdot\text{s}^{1/2}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ y la frecuencia de modulación empleada está entre 1 y 2000 Hz , cubriendo un amplio rango de materiales sólidos, líquidos y gaseosos.

El objetivo principal es identificar la aproximación que ofrece el mejor balance entre simplicidad matemática y precisión en la descripción de la respuesta fotoacústica diferencial, así como evaluar su potencial para la determinación de la efusividad térmica.

El artículo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se presenta el marco teórico y las expresiones derivadas del modelo RG. La Sección 3 describe la metodología empleada para el análisis de las aproximaciones y el cálculo de los errores porcentuales. En la Sección 4 se presentan los resultados y su discusión. Finalmente, en la Sección 5 se exponen las conclusiones del estudio y las perspectivas de trabajo futuro.

2. Marco teórico

Rosencwaig y Gersho resolvieron la ecuación de difusión para un sistema de tres capas: material de soporte, muestra sólida y la capa de gas, empleando las condiciones de frontera apropiadas y una lámpara de luz blanca uniformemente modulada. En la figura 1, se observa la celda fotoacústica cerrada empleada por Rosencwaig y Gersho en el desarrollo de la teoría general del efecto fotoacústico ($\mu_g = \sqrt{\alpha_g / (\pi f)}$ es la longitud de difusión térmica en metros en el gas, siendo α_g la difusividad térmica del gas y f la frecuencia de modulación del haz de luz en Hertz). La ecuación de difusión térmica en el sólido tomando en cuenta la fuente de calor distribuido puede ser escrita como en Ec. 1, donde, l , l_s y l_g son las longitudes en metros de la muestra, del material de soporte y de la capa de gas dentro de la celda RG convencional, respectivamente.



$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \begin{cases} 0 & -l_s - l \leq x \leq -l \\ -Ae^{\beta x}(1 + e^{i\omega t}), A = \frac{\beta I_0 \eta}{2k} & -l \leq x \leq 0 \\ 0 & 0 \leq x \leq l_g \end{cases} \quad (1)$$

donde, α , β (m^{-1}), k y η (adimensional) son la difusividad térmica, el coeficiente de absorción óptico, la conductividad térmica y la eficiencia de absorción óptica de la muestra, respectivamente. La solución de la Ec. 1, resulta en la Ec. 2 que representa el cambio de presión relativa compleja para un sistema fotoacústico gas – muestra – soporte.

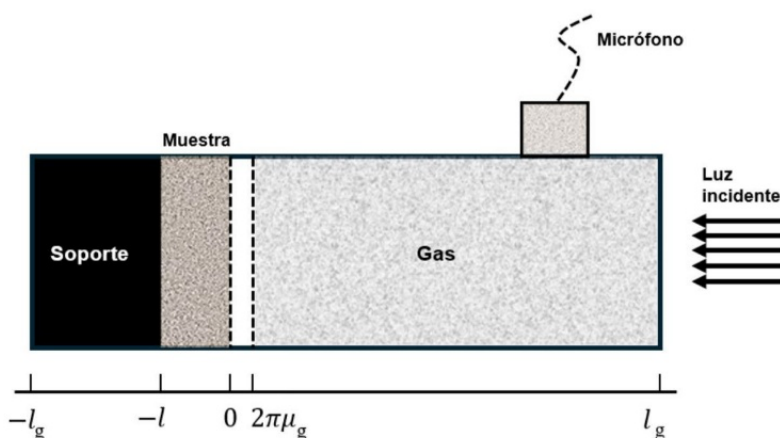


Figura 1. Representación esquemática de la celda fotoacústica cerrada utilizada en el modelo de Rosencwaig-Gersho (RG) para el análisis de la generación y propagación de la señal fotoacústica en un sistema gas–muestra–soporte [12].

$$Q = \frac{\gamma \beta}{k a_g (\beta^2 - \sigma^2)} \frac{(r-1)(b+1)e^{\sigma l} - (r+1)(b-1)e^{-\sigma l} + 2(b-r)e^{-\beta l}}{(g+1)(b+1)e^{\sigma l} - (g-1)(b-1)e^{-\sigma l}} \quad (2)$$

donde se tiene que los parámetros de la ecuación se definen como sigue

$$\begin{aligned} Y &= \frac{\gamma P_0 I_0 \eta}{2\sqrt{2} T_0 l_g}, & b &= \frac{e_s}{e}, & g &= \frac{e_g}{e}, & r &= (1 - i) \frac{\beta}{2a}, \\ \sigma &= (1 + i)a, & a &= \left(\frac{\omega}{2\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}, & a_g &= \left(\frac{\omega}{2\alpha_g}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Donde P_0 (Nm^{-2}) y T_0 (K) son la presión y Temperatura ambiente, respectivamente, γ (adimensional) es la razón de calores específicos del gas de trabajo, I_0 (W) es la potencia de la luz monocromática de trabajo, en tanto que de manera respectiva $e_g = k_g / \sqrt{\alpha_g}$, $e = k / \sqrt{\alpha}$ y $e_s = k_s / \sqrt{\alpha_s}$ son las efusividades térmicas del gas, muestra y soporte, respectivamente, aquí, α_g , α y α_s son las difusividades térmicas del gas en la cámara fotoacústica, de la muestra y del soporte, respectivamente. Además, ω (rad/s) es la frecuencia angular de modulación del haz de luz incidente sobre la muestra.



3. Metodología

La figura 2 muestra el arreglo experimental propuesto, este consiste en una celda fotoacústica diferencial conformada por dos celdas PA idénticas, ambas usan el mismo gas de trabajo. En el arreglo propuesto la muestra bajo el régimen térmicamente delgado actúa como un transductor térmico que transforma la energía de la luz modulada incidente I_0 en energía calorífica, el calor es transportado hacia el material de soporte que es calentado de manera periódica. Las fluctuaciones de calor en la vecindad de la muestra producen una variación en el volumen de una capa de aire que hace contacto con la muestra y esta capa se comporta como un pistón térmico que se expande y contrae produciendo variaciones de presión al interior de la cámara fotoacústica. Estas fluctuaciones en la presión dentro de la cámara fotoacústica llevan consigo información del material colocado como soporte y esta información es descrita por la presión relativa compleja Q que es detectada por micrófonos. La señal PA en ambas celdas es amplificada y enviada a una PC para su posterior procesamiento. En una de las celdas se coloca un material de referencia bajo el régimen térmicamente grueso con propiedades térmicas conocidas y en la otra celda un material de estudio.

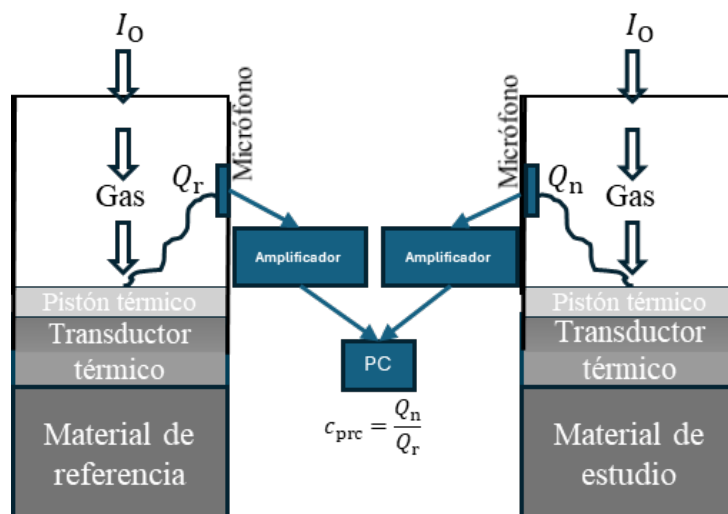


Figura 2. Representación esquemática de la celda fotoacústica diferencial propuesta. El sistema está integrado por una celda de referencia (celda izquierda) y una celda de estudio (celda derecha), ambas operando en modo de reflexión, cuyas respuestas fotoacústicas son comparadas mediante el cociente de presiones relativas complejas (c_{prc}) para la evaluación de las aproximaciones al modelo de Rosencwaig-Gersho.

La presión relativa compleja en la celda de referencia Q_r y la presión relativa compleja en la celda de estudio Q_n son empleadas para obtener la razón de presiones relativas complejas $c_{prc} = Q_n/Q_r$. La presión relativa compleja completa c_{prc} se compara con sus expresiones aplicando aproximaciones de orden cero, de primer orden y de segundo orden. La comparación se realiza a través del cálculo del error porcentual de la expresión con aproximación respecto de la expresión completa para c_{prc} . Este resultado es empleado para estimar la confiabilidad del uso de aproximaciones en la presión relativa compleja para distintos materiales de estudio empleando la técnica fotoacústica modulada en la determinación de propiedades térmicas, en particular la efusividad térmica.

El transductor térmico se selecciona como un material que opera bajo el régimen térmicamente delgado permitiendo una conducción de calor eficiente hacia el material de soporte, de esta manera, la respuesta



fotoacústica contiene información de las propiedades térmicas en el material de soporte, para ello son razonables las aproximaciones mediante series de Taylor para los términos r , $e^{-\beta l}$ y $e^{\pm \sigma l}$, conservando un número creciente de términos en dichas expansiones se obtienen las aproximaciones de orden cero, primer orden y segundo orden empleadas en este trabajo mostradas en la tabla 1.

Aplicando las aproximaciones de la tabla 1 en la Ec. 2 para obtener las aproximaciones de la presión relativa compleja de orden 0, 1 y 2 mostradas en las Ec's. 3a) 3c) a través de Q_0 , Q_1 y Q_2 , respectivamente. Estas expresiones conservan progresivamente un mayor número de términos del modelo original y permiten evaluar el efecto de las simplificaciones matemáticas sobre la respuesta fotoacústica calculada.

Tabla 1. Aproximaciones para r , $e^{-\beta l}$ y $e^{\pm \sigma l}$

Orden de aproximación	Expresión para r , $e^{-\beta l}$ y $e^{\pm \sigma l}$
0	$e^{-\beta l} \approx 0$ y $ r \gg 1$
1	$e^{\pm \sigma l} \approx 1$
2	$e^{\pm \sigma l} \approx 1 \pm \sigma l + \sigma^2 l^2$

$$\left. \begin{aligned}
 Q_0 &= \frac{Y\beta}{ka_g(\beta^2 - \sigma^2)} \frac{r}{g+b} & 3a) \\
 Q_1 &= \frac{Y\beta}{ka_g(\beta^2 - \sigma^2)} \frac{r(b\sigma l + 1)}{g+b+(gb+1)\sigma l} & 3b) \\
 Q_2 &= \frac{rY\beta}{ka_g(\beta^2 - \sigma^2)} \frac{1+b\sigma l + \sigma^2 l^2}{g+b+(gb+1)\sigma l + (g+b)\sigma^2 l^2} & 3c)
 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Se define en la Ec. 4 el cociente de presiones relativas complejas como c_{prc} .

$$c_{prc} = \frac{Q_n}{Q_r} \quad (4)$$

donde los subíndices n y r están relacionados con la celda fotoacústica que contiene el material de estudio y con la celda fotoacústica que tiene el material de referencia, respectivamente. Ambos materiales son localizados en la posición del material de soporte.

Con el propósito de reducir la influencia de parámetros geométricos, ópticos y experimentales comunes a ambas celdas, se define el cociente de presiones relativas complejas (c_{prc}) mostrado en la Ec. (4). Al sustituir en dicha expresión las aproximaciones de orden cero, primer orden y segundo orden obtenidas para cada celda fotoacústica y efectuar las simplificaciones correspondientes, se obtienen las expresiones aproximadas del cociente de presiones relativas complejas dadas por las Ec. (5a)-(5c), donde los subíndices 0, 1 y 2 hacen referencia a las aproximaciones de orden 0, 1 y 2, respectivamente.



$$\begin{aligned}
 c_{prc_0} &= \frac{e_g + e_n}{e_g + e_r} & 5a) \\
 c_{prc_1} &= \frac{(e_g + e_r)e^2\sqrt{2\alpha} + [e_g e_r + e^2 + (e_g + e_r)e_n]e\sqrt{\omega} + [e_g e_r + e^2 + (e_g + e_r)e_n]e\sqrt{\omega} + i e_n^2 \sqrt{2/\alpha} (e_g e_r + e^2)\omega}{(e_g + e_n)e^2\sqrt{2\alpha} + [e^2 + e_g e_r + (e_g + e_r)e_n]e\sqrt{\omega} + [e^2 + e_g e_r + (e_g + e_r)e_n]e\sqrt{\omega} + i e_r^2 \sqrt{2/\alpha} (e_g e_n + e^2)\omega} & 5b) \\
 c_{prc_2} &= \frac{[2e\alpha + e_n(1+i)\sqrt{2\alpha}\sqrt{\omega} + i2e\omega] [(e_g + e_r)2e\alpha + (e_g e_r + e^2)(1+i)\sqrt{2\alpha}\sqrt{\omega} + (e_g + e_r)i2e\omega]}{[2e\alpha + e_r(1+i)\sqrt{2\alpha}\sqrt{\omega} + i2e\omega] [(e_g + e_n)2e\alpha + (e_g e_n + e^2)(1+i)\sqrt{2\alpha}\sqrt{\omega} + (e_g + e_n)i2e\omega]} & 5c)
 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 err_0 &= 100 \left| \frac{c_{prc_0} - c_{prc}}{c_{prc}} \right| & 6a) \\
 err_1 &= 100 \left| \frac{c_{prc_1} - c_{prc}}{c_{prc}} \right| & 6b) \\
 err_2 &= 100 \left| \frac{c_{prc_2} - c_{prc}}{c_{prc}} \right| & 6c)
 \end{aligned} \quad (6)$$

El error porcentual se emplea como una medida cuantitativa de la diferencia entre la respuesta obtenida mediante la expresión completa del modelo RG y la calculada utilizando cada aproximación. De esta manera es posible identificar los intervalos de frecuencia y efusividad térmica en los que las aproximaciones conservan una precisión adecuada para aplicaciones de caracterización térmica. Los errores porcentuales err_0 , err_1 y err_2 son resultado de emplear las expresiones para c_{prc_0} , c_{prc_1} y c_{prc_2} , respectivamente, en lugar de la expresión general completa para c_{prc} dada por la Ec. 4 y se determina por medio de las Ec's. 6a)-6c).

4.- Resultados y discusión

En las dos celdas de la celda fotoacústica diferencial propuesta en la figura 2, se trabaja con aire como gas de trabajo y aluminio como transductor térmico. En el caso de los materiales de soporte, se trabaja con acero en la celda de referencia, en tanto que en la celda de estudio se realiza el estudio teórico para materiales con efusividades térmicas en el rango de 5.85 a 36500 $W \cdot s^{1/2}/m^2 \cdot K$. La potencia de la luz incidente en ambas celdas es la de un haz de luz láser dada por $I_o = 0.005 W$, las condiciones de temperatura ambiente y presión atmosférica son $T_o = 300 K$ y $P_o = 101.3 kPa$. En la tabla 2, se resumen las propiedades ópticas, térmicas y geométricas de los materiales empleados en la celda fotoacústica diferencial.

Tabla 2. Propiedades térmicas, físicas y ópticas de los materiales empleados en las celdas fotoacústicas de referencia y de estudio.

Material	$e (W \cdot s^{1/2}/m^2 \cdot K)$	Longitud (m)	$\beta (m^{-1})$	γ	η
Aire (gas)	4.45	0.005	-	1.4	1
Aluminio (muestra)	20,031.32	17×10^{-6}	6.131×10^8	-	-
Acero (referencia)	14,142.14	0.02	-	-	-
Material de estudio	5.85 – 36500	0.02	-	-	-

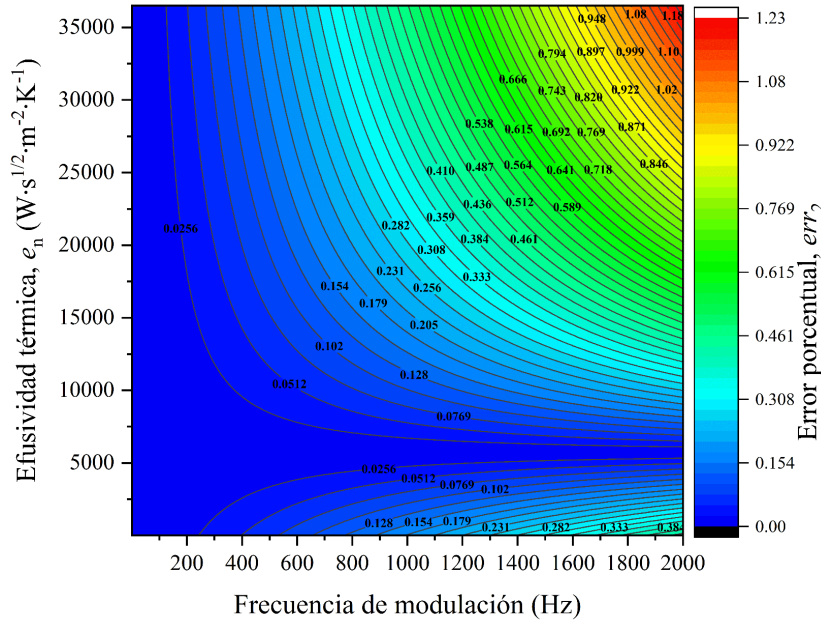
* La información en las celdas vacías no es requerida en los cálculos de c_{prc} , γ y η son parámetros adimensionales.

La figura 3 muestra los errores porcentuales calculados al emplear la presión relativa compleja con aproximaciones de orden cero, de primer orden y de segundo orden, en lugar de la expresión completa sin aproximación para describir el comportamiento de la respuesta fotoacústica a una frecuencia de modulación de la luz en el rango de 1 a 2000 Hz y efusividades térmicas en el material de soporte en la

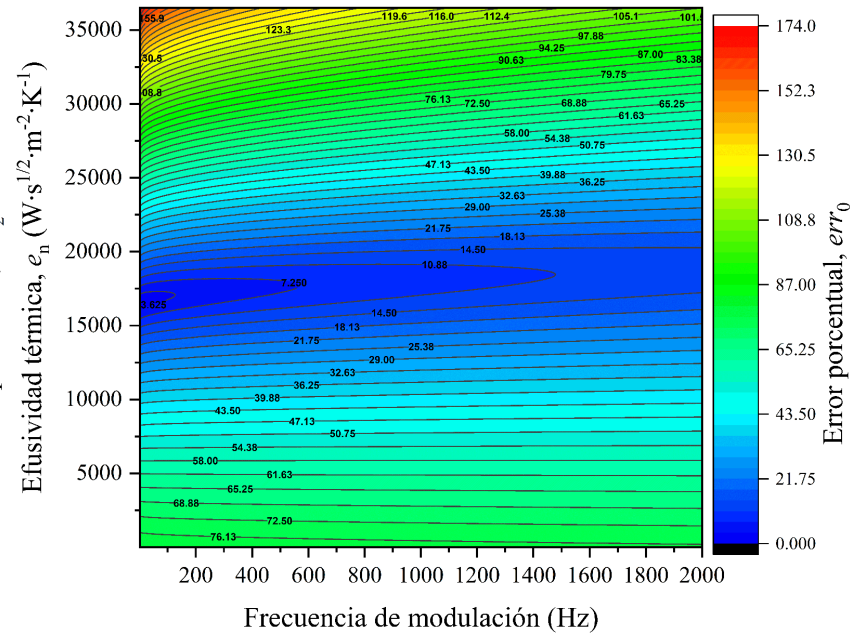


celda de estudio, desde 5.85 hasta $36500 \text{ W}\cdot\text{s}^{1/2}/\text{m}^2\cdot\text{K}$. Dado que en la ecuación 5a) la razón de presiones relativas complejas para una aproximación de orden cero supone un comportamiento constante, el error de aproximación a la presión relativa sin aproximaciones es hasta de un 174% como se observa en la figura 3a). Cabe hacer notar que para las expresiones 5a)-5c) la única propiedad necesaria para determinar la razón de presiones relativas complejas c_{prc} del material de soporte en la celda de estudio es su efusividad térmica; y son requeridas las propiedades del gas y del transductor térmico en ambas celdas de la celda PA diferencial, así como de la longitud y efusividad térmica del material de soporte de referencia, donde este debe ser tal que trabaje bajo el régimen térmicamente grueso. Por lo anterior, es necesario asegurar que la longitud del material de estudio es tal que permita que este trabaje bajo el régimen térmicamente grueso.

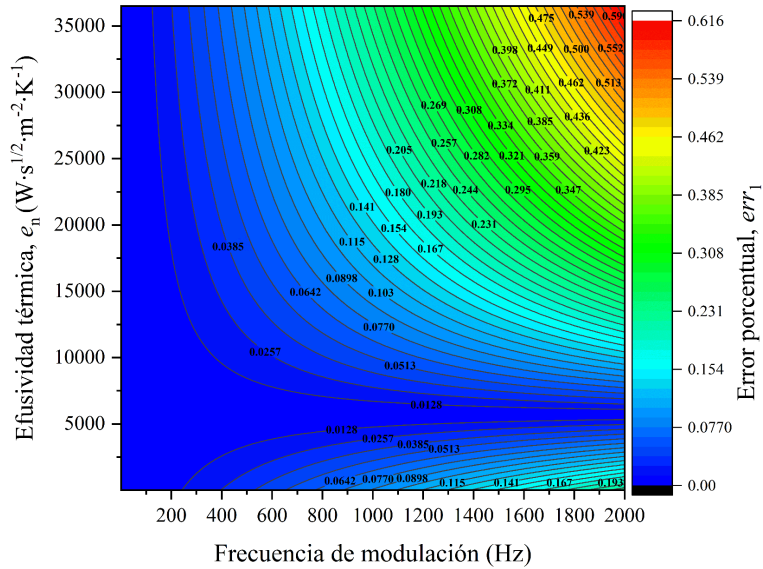
Desde el punto de vista físico, el comportamiento observado está relacionado con la forma en que las ondas térmicas se propagan desde el transductor hacia el material de soporte. La respuesta fotoacústica depende directamente de la interacción entre la longitud de difusión térmica y las propiedades termofísicas del material. Cuando la frecuencia de modulación aumenta, la longitud de difusión térmica disminuye, haciendo que la respuesta sea más sensible a las variaciones de efusividad térmica y a los términos de orden superior presentes en la solución completa del modelo RG. Como consecuencia, las simplificaciones matemáticas realizadas en las aproximaciones pueden introducir diferencias apreciables respecto a la expresión exacta.



c) Error porcentual al aproximar c_{prc} a segundo orden a través de c_{prc2}



a) Error porcentual al aproximar c_{prc} a orden cero a través de c_{prc0}



b) Error porcentual al aproximar c_{prc} a primer orden a través de c_{prc1}

Figura 3. Distribución del error porcentual obtenido al sustituir la expresión completa del cociente de presiones relativas complejas, c_{prc} , por las aproximaciones de a) orden cero, c_{prc0} , b) primer orden, c_{prc1} y c) segundo orden, c_{prc2} , del modelo de Rosencwaig-Gersho. El eje horizontal representa la frecuencia de modulación de la luz (1–2000 Hz), mientras que el eje vertical corresponde a la efusividad térmica del material de estudio (5.85–36500 $W \cdot s^{1/2} \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$). La escala de color indica el error porcentual respecto a la solución completa.



De las expresiones 5a)-5c), puede observarse que parámetros como potencia de la luz, parámetros ambientales como presión y temperatura ambiente, así como propiedades del gas y del transductor térmico, como lo son la razón de calores específicos, la eficiencia de absorción óptica, o la longitud de la cámara de gas no son requeridos en el cálculo de la razón de presiones relativas con aproximaciones sino que estas expresiones están en función de la difusividad térmica y longitud del transductor térmico así como de las efusividades térmicas de los materiales de trabajo y la frecuencia de modulación de la luz. Lo anterior simplifica el tratamiento matemático y permite reducir los errores asociados a la instrumentación empleada para medir la totalidad de parámetros empleados en la razón de presiones fotoacústicas sin aproximación.

En las figuras 3a)-3c) se observa que, la aproximación de c_{prc} por medio de c_{prc_0} presenta errores máximos de 174% a una frecuencia de modulación de 1 Hz y $e_n=36500 \text{ W}\cdot\text{s}^{1/2}/\text{m}^2\cdot\text{K}$, en tanto que si se realiza la aproximación por medio de c_{prc_1} y c_{prc_2} se tienen errores máximos de 0.616 y 1.23 %, respectivamente para $e_n=5.85 \text{ W}\cdot\text{s}^{1/2}/\text{m}^2\cdot\text{K}$ y 2000 Hz. Además, puede observarse que para frecuencias inferiores a 1000 Hz las aproximaciones de primer y segundo orden presentan errores inferiores a 0.4 % para la totalidad de valores de e_n analizados.

El elevado error asociado a la aproximación de orden cero indica que esta simplificación elimina una parte importante de la dependencia física de la respuesta fotoacústica con la frecuencia de modulación y con las propiedades térmicas del material. En términos prácticos, dicha aproximación supone una respuesta casi constante del sistema, lo cual resulta incompatible con la naturaleza dinámica del transporte periódico de calor que describe el modelo RG. Por esta razón, la aproximación de orden cero pierde capacidad para representar adecuadamente la interacción térmica entre el transductor y el material de soporte, especialmente cuando se consideran materiales con efusividades significativamente diferentes a la del material de referencia.

La aproximación de primer orden conserva los términos dominantes responsables del intercambio de calor entre el transductor térmico y el material de soporte. Esto permite describir adecuadamente la dependencia de la respuesta fotoacústica con la frecuencia de modulación y la efusividad térmica, manteniendo al mismo tiempo una expresión matemática relativamente simple. Los bajos errores obtenidos indican que los términos de orden superior tienen una contribución limitada dentro del intervalo de frecuencias y efusividades analizado, por lo que su omisión no afecta significativamente la precisión de la respuesta calculada.

Finalmente, se observa que la aproximación de orden cero no es apropiada debido a su alto porcentaje de error y la aproximación de primer orden es ligeramente mejor que la aproximación de segundo orden para todos los valores de frecuencia de modulación y valores de e_n analizados.

Aunque intuitivamente podría esperarse que una aproximación de segundo orden proporcione una descripción más precisa que una de primer orden, los resultados muestran que en este caso para las condiciones analizadas resulta ligeramente menos precisa. Este comportamiento sugiere que la incorporación de términos de orden superior no necesariamente mejora la precisión de la aproximación dentro del intervalo de parámetros analizado, debido a la estructura particular de la función aproximada. En consecuencia, la aproximación de primer orden logra un mejor equilibrio entre precisión y simplicidad.



matemática, lo que la convierte en la opción más conveniente para aplicaciones orientadas a la determinación de efusividad térmica mediante sistemas fotoacústicos diferenciales.

Los resultados obtenidos indican que la configuración diferencial propuesta reduce significativamente la dependencia de parámetros experimentales asociados a la instrumentación y concentra la respuesta del sistema en las propiedades térmicas de los materiales de interés. Esto resulta particularmente relevante para aplicaciones de caracterización térmica, ya que permite disminuir las fuentes de incertidumbre experimental y simplificar el procedimiento de análisis sin sacrificar precisión cuando se emplea la aproximación de primer orden.

Es importante señalar que los resultados obtenidos están sujetos a las hipótesis inherentes al modelo de Rosencwaig-Gersho y a las condiciones consideradas en el presente análisis. En particular, se supone transferencia de calor unidimensional, contacto térmico ideal entre las capas, comportamiento lineal del sistema fotoacústico y materiales homogéneos e isotrópicos. Asimismo, el estudio se desarrolló considerando un transductor térmicamente delgado y materiales de soporte operando bajo el régimen térmicamente grueso. Por lo tanto, la validez de las aproximaciones analizadas podría verse afectada en sistemas que presenten resistencias térmicas interfaciales significativas, geometrías complejas, heterogeneidades estructurales o condiciones de operación fuera del intervalo de frecuencias y efusividades evaluado. En consecuencia, los resultados deben interpretarse dentro del marco de las hipótesis establecidas y futuras investigaciones deberán considerar la validación experimental del modelo diferencial propuesto, así como su extensión a sistemas con condiciones térmicas más generales.

4. Conclusiones

La aproximación de orden cero para el cociente de presiones relativas complejas supone un comportamiento constante, lo cual difiere bastante de las aproximaciones de primer y segundo orden. La configuración de celda fotoacústica diferencial propuesta reduce la cantidad de parámetros geométricos, ópticos y térmicos necesarios para el análisis de la razón de señales fotoacústicas. El transductor térmico debe ser un material que opere bajo el régimen térmicamente delgado para permitir que la respuesta fotoacústica tenga información del material de estudio ubicado en la posición del material de soporte en la celda fotoacústica convencional. Para todo el barrido de efusividades térmicas en el material de estudio y frecuencias de modulación estudiado en el presente análisis, la aproximación de primer orden es la más apropiada para aproximar la razón de señales fotoacústicas que se obtendrían por medio del modelo completo RG simplificando el tratamiento matemático y permitiendo determinar a partir de esta expresión parámetros térmicos como lo es en particular la efusividad térmica. La aproximación de primer orden de la razón de presiones relativas complejas en la celda PA diferencial depende de las efusividades térmicas de los materiales de trabajo y de las propiedades del transductor térmico. La expresión resultante en la aproximación de primer orden al ser relacionada con la respuesta fotoacústica física puede ser empleada para conocer la efusividad térmica de sustancias líquidas, sólidas y gaseosas sin la necesidad de medir alguna propiedad adicional del material de estudio, salvo que este opere bajo el régimen térmicamente grueso. Como trabajo futuro, se plantea la validación experimental de la configuración fotoacústica diferencial propuesta mediante una prueba de concepto inicial y posteriores ensayos experimentales destinados a verificar su funcionamiento y desempeño bajo condiciones reales de operación.



Conflicto de interés: El autor declara no tener conflictos de interés relacionados con esta publicación.

Financiamiento: DGF Agradece el apoyo del Tecnológico Nacional de México / Instituto Tecnológico de Celaya por el apoyo a este trabajo a través de la Convocatoria de Proyectos Investigación Científica, Desarrollo Tecnológico e Innovación 2026. DGF, FJGR y SMMS agradecen el apoyo del PRODEP a través del programa Apoyos para el Fortalecimiento de Cuerpos Académicos MOO/3070/2025.

Reconocimiento de autoría

Luis David Vargas-Sotelo: Investigación, escritura de borrador, verificación de expresiones matemáticas. *Sergio Marcial-Palma:* Administración y Codirección de la investigación, desarrollo de expresiones matemáticas, simulación por computadora. *Francisco Javier García-Rodríguez:* Supervisión, escritura, revisión y edición del borrador. *Salvador Manuel Mallagòn-Soldara:* Conceptualización, revisión y supervisión, simulación por computadora e investigación. *David Gasca-Figueroa:* Dirección de la investigación, desarrollo de expresiones matemáticas, escritura y revisión del borrador.

Referencias

- [1] L. Mota, R. Toledo, F. Machado, J. Holanda, H. Vargas, and R. Faria, "Thermal characterization of red clay from the Northern Region of Rio de Janeiro State, Brazil using an open photoacoustic cell, in relation to structural changes on firing," *Appl. Clay Sci.*, vol. 42, no. 1–2, pp. 168–174, Dec. 2008.
- [2] T. A. El-Brolossy and S. S. Ibrahim, "Photoacoustic measurement of thermal properties of polystyrene metal oxide composites," *Thermochim. Acta*, vol. 509, no. 1–2, pp. 46–49, Oct. 2010.
- [3] M. Sarkar and K. Kumar, "Fabrication of photoacoustic cell and thermal diffusivity measurement of coal carbon black using it," *Mater. Today: Proc.*, Nov. 2021, doi: 10.1016/j.matpr.2021.11.467.
- [4] A. Bedoya, E. Marín, M. Mansanares, M. A. Zambrano-Arjona, I. Riech, and A. Calderón, "On the thermal characterization of solids by photoacoustic calorimetry: thermal diffusivity and linear thermal expansion coefficient," *Thermochim. Acta*, vol. 614, pp. 52–58, Aug. 2015, doi: 10.1016/j.tca.2015.06.009.
- [5] K. Herrmann, W. Pech-May, and M. Retsch, "Photoacoustic thermal characterization of low thermal diffusivity thin films," *Photoacoustics*, vol. 22, p. 100246, Jun. 2021, doi: 10.1016/j.pacs.2021.100246.
- [6] F. Agresti et al., "Temperature controlled photoacoustic device for thermal diffusivity measurements of liquids and nanofluids," *Thermochim. Acta*, vol. 619, pp. 48–52, Nov. 2015, doi: 10.1016/j.tca.2015.09.017.
- [7] J. Soldner and K. Stephan, "Measurement of thermal diffusivities with the photoacoustic effect," *Chem. Eng. Process.: Process Intensif.*, vol. 38, no. 4–6, pp. 585–591, Dec. 1999, doi: 10.1016/S0255-2701(99)00056-2.
- [8] G. A. López-Muñoz, R. F. López-González, J. A. Balderas-López, and L. Martínez-Pérez, "Thermal-diffusivity measurements of Mexican citrus essential oils using photoacoustic methodology in the transmission configuration," *Int. J. Thermophys.*, vol. 32, no. 5, pp. 1006–1012, May 2011, doi: 10.1007/s10765-011-0983-1.
- [9] D. Soares-Velasco, M. Luciano-Baesso, A. Neto-Medina, D. Danijel-Bicanic, and R. Koehorst, "Thermal diffusivity of periderm from tomatoes of different maturity stages as determined by the concept of the frequency-domain open photoacoustic cell," *J. Appl. Phys.*, vol. 109, no. 3, p. 034703, Feb. 2011, doi: 10.1063/1.3530735.



- [10] C. M. Gao, S. Y. Zhang, Z. Zhang, and X. J. Shui, "Thermal diffusivity of porcine tissues characterized by photoacoustic piezoelectric technique," *J. Phys. IV France*, vol. 125, pp. 777–779, Jun. 2005, doi: 10.1051/jp4:2005125179.
- [11] F. B. G. Astrath, N. G. C. Astrath, M. L. Baesso, A. C. Bento, and J. C. S. Moraes, "Open photoacoustic cell for thermal diffusivity measurements of a fast hardening cement used in dental restoring," *J. Appl. Phys.*, vol. 111, no. 1, p. 014701, Jan. 2012, doi: 10.1063/1.3673873.
- [12] A. Rosencwaig and A. Gersho, "Theory of the photoacoustic effect with solids," *J. Appl. Phys.*, vol. 47, no. 1, pp. 64–69, Jan. 1976, doi: 10.1063/1.322296.
- [13] J. Pelzl, S. Chotikaprakhan, Dietzel D, B. K. Bein, E. Neubauer, and M. Chirtoc, "The thermal contact problem in nano- and micro-scale photothermal measurements," *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, vol. 153, no. 1, pp. 335–342, Jan. 2008, doi: 10.1140/epjst/e2008-00457-9.
- [14] M. Manivannan, S. Balachandar, M. Jose, S. A. Martin Britto Dhas, and A. Saranraj, "Investigation on thermo-physical properties of L-valinium picrate single crystal for industrial applications," *Mater. Lett. X*, vol. 12, p. 100108, Dec. 2021, doi: 10.1016/j.mlblux.2021.100108.
- [15] M. G. Fernández-Olaya, "Análisis por medio de ondas térmicas de películas poliméricas delgadas y determinación de las propiedades ópticas, térmicas y eléctricas de óxidos de titanio (Ti_2O_3 y TiO_2)," Tesis doctoral, Dept. Física Aplicada, CINVESTAV Unidad Mérida, Mérida, México, 2023.
- [16] C. Hernandez-Aguilar et al., "Photoacoustic characterization of wheat bread mixed with Moringa oleífera," *Curr. Res. Food Sci.*, vol. 4, pp. 521–531, Jan. 2021, doi: 10.1016/j.crfs.2021.07.008.
- [17] H. S. Bennett and R. A. Forman, "Frequency dependence of photoacoustic spectroscopy: Surface and bulk absorption coefficients," *J. Appl. Phys.*, vol. 48, no. 4, pp. 1432–1436, Apr. 1977, doi: 10.1063/1.323815.
- [18] D. Cahen, "Photoacoustic cell for reflection and transmission measurements," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 52, no. 9, pp. 1306–1310, Sep. 1981, doi: 10.1063/1.1136780.
- [19] F. G. C. Bijnen, J. Reuss, and F. J. M. Harren, "Geometrical optimization of a longitudinal resonant photoacoustic cell for sensitive and fast trace gas detection," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 67, no. 8, pp. 2914–2923, Aug. 1996, doi: 10.1063/1.1147124.
- [20] D. I. Kovsh, D. J. Hagan, and E. W. Van Stryland, "Numerical modeling of thermal refraction in liquids in the transient regime," *Opt. Express*, vol. 4, no. 8, pp. 315–329, Apr. 1999, doi: 10.1364/OE.4.000315.
- [21] M. Nägele and M. W. Sigrist, "Mobile laser spectrometer with novel resonant multipass photoacoustic cell for trace-gas sensing," *Appl. Phys. B*, vol. 70, no. 6, pp. 895–901, Jun. 2000, doi: 10.1007/s003400000251.
- [22] L. C. Aamodt, J. C. Murphy, and J. G. Parker, "Size considerations in the design of cells for photoacoustic spectroscopy," *J. Appl. Phys.*, vol. 48, no. 3, pp. 927–933, Mar. 1977, doi: 10.1063/1.323719.
- [23] L. C. Aamodt and J. C. Murphy, "Size considerations in the design of cells for photoacoustic spectroscopy. II. Pulsed excitation response," *J. Appl. Phys.*, vol. 49, no. 6, pp. 3036–3045, Jun. 1978, doi: 10.1063/1.325299.
- [24] F. A. McDonald and G. C. Wetsel, "Generalized theory of the photoacoustic effect," *J. Appl. Phys.*, vol. 49, no. 4, pp. 2313–2322, Apr. 1978, doi: 10.1063/1.325116.
- [25] C. L. Cesar, H. Vargas, J. A. Meyer, and L. C. M. Miranda, "Photoacoustic effect in solids," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 42, no. 23, pp. 1570–1573, Jun. 1979, doi: 10.1103/PhysRevLett.42.1570.
- [26] R. S. Quimby and W. M. Yen, "On the adequacy of one-dimensional treatments of the photoacoustic effect," *J. Appl. Phys.*, vol. 51, no. 2, pp. 1252–1253, Feb. 1980, doi: 10.1063/1.327668.



- [27] N. C. Fernelius, "Extension of the Rosencwaig-Gersho photoacoustic spectroscopy theory to include effects of a sample coating," *J. Appl. Phys.*, vol. 51, no. 1, pp. 650–654, Jan. 1980, doi: 10.1063/1.327318.
- [28] P. Poulet, J. Chambon, and R. Unterreiner, "Quantitative photoacoustic spectroscopy applied to thermally thick samples," *J. Appl. Phys.*, vol. 51, no. 3, pp. 1738–1742, Mar. 1980, doi: 10.1063/1.327814.
- [29] G. Rousset, F. Lepoutre, and L. Bertrand, "Influence of thermoelastic bending on photoacoustic experiments related to measurements of thermal diffusivity of metals," *J. Appl. Phys.*, vol. 54, no. 5, pp. 2383–2391, May 1983, doi: 10.1063/1.332352.
- [30] A. Somer et al., "The thermoelastic bending and thermal diffusion processes influence on photoacoustic signal generation using open photoacoustic cell technique," *J. Appl. Phys.*, vol. 114, no. 6, p. 063503, Aug. 2013, doi: 10.1063/1.4817916.
- [31] A. Bedoya et al., "On the thermal characterization of solids by photoacoustic calorimetry: thermal diffusivity and linear thermal expansion coefficient," *Thermochim. Acta*, vol. 614, pp. 52–58, Aug. 2015, doi: 10.1016/j.tca.2015.06.009.
- [32] M. E. Rodríguez-García et al., "Differential photoacoustic cell for electrochemical and dynamic process with temperature control," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 78, no. 3, p. 034904, Mar. 2007, doi: 10.1063/1.2712790.
- [33] T. Starecki and A. Geras, "Investigation of Properties of a Microfluidic Photoacoustic Cell," *Int. J. Thermophys.*, vol. 35, no. 12, pp. 2259–2266, Dec. 2014, doi: 10.1007/s10765-014-1715-4.
- [34] M. E. Rodríguez-García, R. Velásquez-Hernández, M. L. Mendoza-López, D. M. Hurtado-Castañeda, K. M. Briño-Enríquez, y J. J. Pérez-Bueno, "Differential Photoacoustic Cell for Electrochemical and Dynamic Process with Temperature Control," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 78, no. 3, p. 034904, Mar. 2007, doi: 10.1063/1.2712790.
- [35] E. Gutiérrez-Cortez et al., "Effect of processing temperature on structural and physicochemical properties of corn tortillas mixed with several nixtamalized corn flours," *J. Cereal Sci.*, vol. 51, no. 1, pp. 81–86, Jan. 2010, doi: 10.1016/j.jcs.2009.10.003.

Derechos de Autor (c) 2026 Luis David Vargas-Sotelo, Sergio Marcial-Palma, Francisco Javier García-Rodríguez, Salvador Manuel Malagón-Soldara, David Gasca-Figueroa



Este texto está protegido por una licencia [Creative Commons 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Usted es libre para compartir —copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato— y adaptar el documento —remezclar, transformar y crear a partir del material— para cualquier propósito, incluso para fines comerciales, siempre que cumpla la condición de:

Atribución: Usted debe dar crédito a la obra original de manera adecuada, proporcionar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que tiene el apoyo del licenciante o lo recibe por el uso que hace de la obra.

[Resumen de licencia](#) - [Texto completo de la licencia](#)