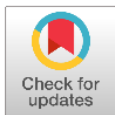




Interfaces selectivas para recuperar Ag(I) de lixiviados de e-waste: evaluación de eficiencia basada en DEA

Selective separation interfaces for Ag(I) recovery from e-waste leachates: a DEA-based efficiency assessment



Iván Ávila Raya¹, Rodrigo Gómez Monge², Rodrigo Tavera Ochoa², Alfonso Lemus Solorio¹, José Luis Rivera Rojas³, Salomón Ramiro Vásquez García¹

¹División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería Química, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH). Edificio IQ, Avenida Francisco J. Múgica S/N, Ciudad Universitaria, C.P. 58030, Morelia, Michoacán, México.

²Facultad de Economía “Vasco de Quiroga”, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH). Av. Francisco J. Múgica S/N, Col. Felicitas del Río, C.P. 58030, (Ciudad Universitaria; Edificio T, Planta Alta), Morelia, Michoacán, México.

³Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas “Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez”, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH). Av. Francisco J. Múgica S/N, Ciudad Universitaria, Edificio ALFA, C.P. 58030, Morelia, Michoacán, México.

Autor de correspondencia: Iván Ávila Raya, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería Química, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH). Edificio IQ, Avenida Francisco J. Múgica S/N, Ciudad Universitaria, C.P. 58030, Morelia, Michoacán, México. Correo electrónico: 1578518j@umich.mx. ORCID: 0009-0003-3894-834X.

Recibido: 9 de Enero del 2026

Aceptado: 2 de Marzo del 2026

Publicado: 9 de Marzo del 2026

Resumen. - Se analizó la eficiencia de interfaces selectivas de separación (ISS) diseñadas para recuperar Ag(I) a partir de lixiviados de e-waste mediante Análisis Envolvente de Datos (DEA) como esquema de evaluación multicriterio. Las ISS se obtuvieron por disolución–moldeado–evaporación, empleando triacetato de celulosa como soporte polimérico, disuelto en diclorometano, y tris(2-etilhexil) fosfato (TEHP) como componente acarreador. Los ensayos de transporte se efectuaron en una celda de difusión de dos compartimentos bajo condiciones controladas ($V_d = 80$ mL, $V_a = 80$ mL, $A = 4.9$ cm², 500 rpm y 180 min). La concentración de Ag(I) se determinó por espectrofotometría UV-Vis a 404 nm mediante una calibración externa ($Abs = 0.0052 \cdot C_{\{Ag(I)\}} + 0.0149$; $r = 0.9998$; C en ppm), con corrección de fondo mediante blanco de matriz. Se aplicó un modelo DEA BCC orientado a salidas a 18 configuraciones experimentales (DMUs), usando como entradas el espesor de la ISS (δ), la concentración del acarreador ($C_{\{car\}}$) y el consumo energético (E), y como salidas la extracción (%), el flujo (J) y la selectividad (S). El análisis ubicó 9 DMUs en la frontera eficiente (score = 1.000), mientras que las alternativas no eficientes demandaron expansiones de salida de hasta $\Phi = 1.328$ ($\approx 32.8\%$) para igualar el mejor desempeño observado. En conjunto, los resultados permiten jerarquizar diseños de ISS con mayor capacidad de recuperación de plata y mejor aprovechamiento de recursos.

Palabras clave: e-waste; Plata; Interfaz selectiva; Celda de difusión; UV-Vis; DEA; Eficiencia.

Abstract. - The efficiency of selective separation interfaces (SSIs) for recovering Ag(I) from e-waste leachates was examined through Data Envelopment Analysis (DEA) as a multicriteria assessment framework. The SSIs were produced by a dissolution–casting–evaporation route using cellulose triacetate as the polymeric support, dissolved in dichloromethane, and tris(2-ethylhexyl) phosphate (TEHP) as the carrier-phase component. Transport tests were conducted in a two-compartment diffusion cell under controlled conditions ($V_d = 80$ mL, $V_a = 80$ mL, $A = 4.9$ cm², 500 rpm, and 180 min). Ag(I) was quantified by UV-Vis spectrophotometry at 404 nm using an external calibration curve ($Abs = 0.0052 \cdot C_{\{Ag(I)\}} + 0.0149$; $r = 0.9998$; C in ppm), with matrix blanks used for background correction. An output-oriented BCC DEA model was applied to 18 experimental configurations (DMUs), considering SSI thickness (δ), carrier concentration ($C_{\{car\}}$) and energy consumption (E) as inputs, and extraction (%), flux (J) and selectivity (S) as outputs. The assessment identified 9 DMUs on the efficient frontier (score = 1.000), whereas the inefficient cases required output expansions of up to $\Phi = 1.328$ ($\approx 32.8\%$) to match the best observed performance. Overall, the results provide a quantitative basis for ranking SSI designs according to silver recovery performance and resource use.

Keywords: e-waste; Silver; Selective separation interface; Diffusion cell; UV-Vis; Data Envelopment Analysis; Efficiency.



1. Introducción

El crecimiento continuo en la fabricación, el uso y el descarte de aparatos eléctricos y electrónicos ha hecho del e-waste uno de los residuos que más rápidamente aumenta a escala mundial. Informes recientes indican que su generación anual alcanza decenas de millones de toneladas y sigue creciendo, mientras que solo una fracción limitada ingresa a esquemas formales de recolección y reciclaje, con la consiguiente pérdida de materiales valiosos y el riesgo de liberación de contaminantes al entorno [1], [2].

En este escenario, la recuperación de metales desde e-waste resulta estratégica por su doble impacto: (i) reduce riesgos ambientales asociados a un manejo inadecuado y (ii) permite reinsertar materiales valiosos a cadenas productivas bajo el enfoque de “minería urbana” [3]. Entre los metales de interés, la plata (Ag) es relevante por su uso extendido en aplicaciones electrónicas debido a su alta conductividad y desempeño en contactos, recubrimientos y componentes eléctricos [4]. No obstante, los lixiviados generados en rutas hidrometalúrgicas o etapas de pretratamiento presentan matrices complejas (mezclas iónicas, variabilidad de acidez y especies competidoras), lo que dificulta separar Ag(I) de manera selectiva sin incrementar el consumo de reactivos o la generación de residuos secundarios [5].

Los procesos basados en interfaces selectivas de separación (ISS) se han propuesto como alternativas para integrar separación y concentración con potencial reducción de etapas, inventarios de solventes y formación de lodos, además de ofrecer rutas ajustables hacia la selectividad [6]. En particular, las interfaces selectivas de separación (ISS), permiten modular el transporte de especies metálicas mediante la selección del polímero soporte, el plastificante/fase orgánica y el acarreador. En formulaciones basadas en triacetato de celulosa (CTA), el uso de componentes organofosforados como tris(2-etilhexil) fosfato (TEHP) se asocia con mejoras en flexibilidad y con condiciones favorables para el transporte asistido, habilitando configuraciones con compromisos entre estabilidad mecánica y desempeño de transferencia de masa [6], [7].

Evaluar variantes de ISS no es trivial, porque una mejora en extracción puede venir acompañada de menor selectividad, mientras que un aumento del flujo puede afectar la estabilidad del sistema o elevar la demanda de insumos y energía [8]. En consecuencia, se requiere una herramienta capaz de considerar simultáneamente varias entradas y salidas sin fijar pesos de manera arbitraria. Dentro de ese marco, el DEA constituye un enfoque no paramétrico útil para construir fronteras de eficiencia y comparar unidades de decisión con múltiples variables; en particular, la formulación BCC es apropiada cuando se admiten retornos variables a escala [37], [38].

Con base en lo anterior, este trabajo evalúa la eficiencia de interfaces selectivas de separación para la recuperación de Ag(I) a partir de lixiviados de e-waste mediante un enfoque DEA. La cuantificación de Ag(I) se realiza por espectrofotometría UV-Vis a 404 nm con calibración externa, y se integra la información experimental en un modelo DEA BCC orientado a salidas. Se consideran como entradas el espesor de la ISS (δ), la concentración del acarreador (C_{car}) y el consumo energético (E), y como salidas la extracción, el flujo (J) y la selectividad (S). El objetivo es identificar configuraciones eficientes y aportar una base cuantitativa para priorizar diseños con mejor desempeño global y uso racional de recursos.



2. Antecedentes

2.1. E-waste como fuente secundaria de metales y retos de los lixiviados

El e-waste contiene una fracción metálica relevante desde la perspectiva de “minería urbana”, donde la recuperación de metales permite reducir la presión sobre recursos primarios y, simultáneamente, disminuir impactos ambientales asociados a la disposición inadecuada de residuos electrónicos [11], [12]. En rutas hidrometalúrgicas, la etapa de lixiviación genera soluciones acuosas con matrices complejas, caracterizadas por la coexistencia de iones metálicos (base y nobles), sales disueltas, variación de fuerza iónica y condiciones de acidez que influyen de manera directa en la especiación y, por tanto, en la separabilidad de Ag(I) [13]. En este tipo de matrices, la recuperación selectiva de plata enfrenta retos recurrentes: interferencias por coextracción de especies competidoras, pérdidas de selectividad por complejación en solución y necesidad de etapas adicionales de purificación cuando se emplean métodos convencionales [14].

Las tecnologías de separación clásicas (precipitación selectiva, cementación, extracción por solventes, intercambio iónico y electrodeposición) pueden ser efectivas, pero a menudo implican compromisos entre selectividad, consumo de reactivos, generación de subproductos (lodos/sales) y costos operativos [15]. En particular, cuando el objetivo es recuperar Ag(I) en presencia de otros cationes, la intensificación de la selectividad suele incrementar la complejidad del tren de proceso (más etapas y/o control más estricto de condiciones), lo que vuelve atractivo explorar alternativas con capacidad de integrar separación y concentración bajo esquemas de operación más simples [16].

2.2. Interfaces selectivas de separación

Dentro de las rutas de separación avanzada, los procesos basados en interfaces selectivas de separación (ISS) se han estudiado por su potencial para reducir etapas unitarias, operar a condiciones moderadas y limitar el uso de solventes a inventarios pequeños confinados en la propia interfaz [17]. En este marco, las interfaces selectivas de separación (ISS) constituyen una clase de materiales híbridos formados, típicamente, por (i) un polímero soporte que aporta estabilidad mecánica, (ii) un plastificante o fase orgánica que ajusta flexibilidad y microestructura, y (iii) un acarreador (carrier) o extractante que facilita el transporte selectivo por un mecanismo de complejación–difusión–liberación [18], [19]. En este trabajo se adopta el término interfaces selectivas de separación (ISS) para referirse a estas configuraciones, enfatizando su función como barrera activa capaz de discriminar y transportar especies objetivo.

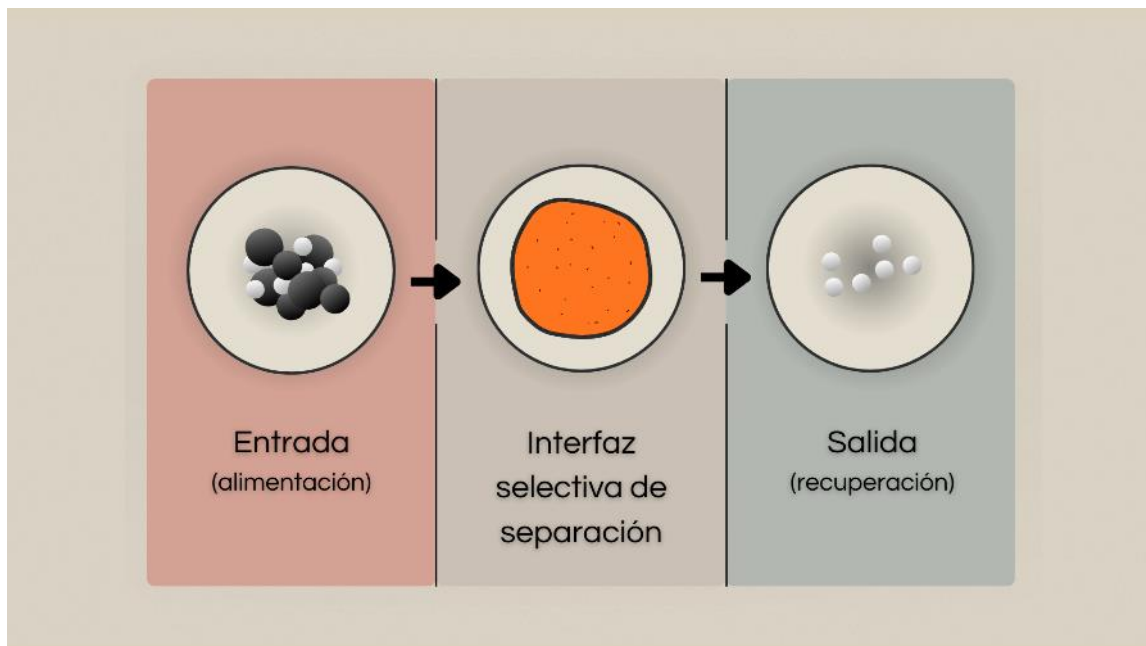


Figura 1. Esquema conceptual de la interfaz selectiva de separación (ISS) con fases donadora y aceptora (elaboración propia).

Las formulaciones basadas en triacetato de celulosa (CTA) son particularmente atractivas por su disponibilidad, buena formabilidad por moldeo y compatibilidad con diversas fases orgánicas [20]. La incorporación de compuestos organofosforados como tris(2-etilhexil) fosfato (TEHP) se asocia con ajustes en flexibilidad, permeabilidad y estabilidad física, al modificar la movilidad segmentaria del soporte y favorecer la difusión de complejos dentro de la matriz [21]. La selección de los componentes (y sus proporciones) impacta directamente en el balance entre estabilidad (evitar exudación o pérdida de fase orgánica) y desempeño de transporte (incrementar flujo sin comprometer selectividad) [22].

2.3. Mecanismos de transporte y variables que controlan el desempeño

En ISS orientadas al transporte de iones metálicos, el mecanismo más descrito es el transporte asistido por acarreador, donde el metal (Ag(I)) se compleja en la interfase del lado donador, el complejo difunde a través de la matriz de la ISS y finalmente se libera en la interfase del lado aceptor por un cambio en el entorno químico (por ejemplo, gradiente de concentración o condiciones que desestabilizan el complejo) [18], [23]. Aun cuando el sistema global se represente de forma simple, el desempeño depende de variables acopladas que afectan simultáneamente cinética, difusión y selectividad:

- Espesor de la interfaz (δ): incrementos de δ suelen elevar la resistencia difusional efectiva, reduciendo el flujo; sin embargo, espesores mayores pueden mejorar la integridad física y disminuir pérdidas de fase orgánica, con efectos indirectos en la reproducibilidad [24].
- Composición y “carga” orgánica (fase/plastificante y acarreador): la cantidad y naturaleza del componente orgánico controla viscosidad local, microdominios de transporte y afinidad por Ag(I) . La optimización no es monótona: más componente orgánico puede aumentar



movilidad, pero también incrementar el riesgo de inestabilidad o co-transporte de especies no deseadas [19], [22].

- Condiciones hidrodinámicas (agitación): al reducir resistencias en las capas límite acuosas, la agitación puede incrementar la transferencia de masa global; sin embargo, su aumento puede no traducirse en mejoras proporcionales si la resistencia dominante se ubica dentro de la matriz de la ISS [25].
- Matriz y co-iones: en lixiviados reales o simulados, la competencia iónica y la especiación de Ag(I) modifican la fracción transportable, influyendo tanto en el porcentaje de extracción como en la selectividad frente a otros metales [13], [14].
- Consumo energético (E): aunque en ensayos de laboratorio suele ser bajo, E se vuelve relevante al comparar configuraciones, ya que mejoras marginales de flujo o extracción pueden implicar mayor agitación o mayor demanda de control operativo, afectando criterios de ecoeficiencia [26].

En consecuencia, la evaluación de ISS no debe basarse únicamente en una métrica aislada. Resulta más robusto integrar indicadores complementarios, como extracción, flujo y selectividad, que capturen desempeño global y permitan identificar cuellos de botella (por ejemplo, sistemas con alta extracción, pero flujo limitado, o sistemas con buen flujo, pero pobre discriminación entre especies) [27].

2.4. Indicadores de desempeño: extracción, flujo y selectividad

En estudios de transporte mediante celdas de difusión, el porcentaje de extracción cuantifica la disminución relativa de la especie objetivo en el compartimento donador o su incremento en el aceptor; el flujo (J) resume la tasa de transferencia normalizada por área; y la selectividad (S) expresa la preferencia de transporte de Ag(I) frente a otras especies metálicas presentes [27], [28]. Estos indicadores se complementan: J refleja la intensidad del transporte, extracción refleja el efecto acumulado en un tiempo dado, y S informa la capacidad discriminante del sistema. En matrices complejas, la selectividad suele ser el indicador más sensible a cambios en formulación y a la presencia de co-iones, por lo que su inclusión en el análisis es clave cuando el objetivo es recuperación “limpia” de plata [14], [29].

2.5. Evaluación multicriterio mediante DEA: pertinencia para comparar configuraciones ISS

La comparación de configuraciones de ISS supone un problema multicriterio con compromisos inevitables entre extracción, flujo, selectividad y uso de recursos. Para este tipo de análisis, el DEA ofrece una vía no paramétrica para estimar eficiencia relativa entre unidades de decisión con múltiples entradas y salidas, a partir de una frontera construida con las mejores observaciones disponibles [37]–[39]. Una de sus fortalezas es que evita fijar ponderaciones previas y, además, permite calcular metas de mejora para las unidades alejadas de la frontera, ya sea mediante ajustes en entradas o expansiones en salidas, según la orientación del modelo [38], [40].

Cuando las configuraciones experimentales no operan bajo una misma escala efectiva, el modelo BCC resulta conveniente porque distingue el efecto de escala del componente



puramente técnico de la eficiencia [38]. Si las variables de diseño o de operación se consideran dadas (por ejemplo, δ , C_{car} y E) y el interés principal es elevar extracción, J y S , entonces una formulación orientada a salidas es coherente con el objetivo del estudio [39], [40]. Bajo esta lógica, el DEA permite ordenar las configuraciones ISS e identificar qué alternativas ya integran la frontera eficiente y cuáles necesitarían mejoras cuantificables para alcanzarla.

3. Metodología

3.1. Reactivos, materiales y equipo

Las ISS se fabricaron empleando triacetato de celulosa (CTA) como matriz polimérica y diclorometano (DCM) como medio de disolución. La fase activa se formuló con tris(2-etilhexil) fosfato (TEHP), usado como componente acarreador/plastificante. Para preparar las soluciones de trabajo se utilizaron HCl al 37%, NaCl al 99% y una solución patrón certificada de plata (1025 ppm en 5% HCl).

La concentración de Ag(I) se midió por espectrofotometría UV-Vis en celdas de cuarzo de 1 cm de trayectoria óptica. Los experimentos de transporte se efectuaron en una celda de difusión de dos cámaras, operada con agitación controlada. La integridad superficial y los cambios morfológicos de las ISS se examinaron mediante microscopía electrónica de barrido (SEM).

3.2. Preparación de las interfaces selectivas de separación (ISS)

La obtención de las ISS siguió una secuencia de disolución, mezclado, colado y evaporación. De manera resumida:

- CTA se disolvió en DCM a temperatura ambiente hasta obtener una fase polimérica uniforme.
- Posteriormente, se incorporó TEHP y la mezcla se agitó durante 30 min para favorecer la homogeneidad.
- La solución final se coló en un molde circular de vidrio para formar la película.
- El solvente se dejó evaporar durante 48 h a temperatura ambiente.
- Después del secado, la ISS se retiró del molde con cuidado y se conservó hasta su evaluación experimental.

3.3. Verificación morfológica por SEM y estimación de espesor

Se empleó SEM antes y después de los ensayos en celda de difusión para verificar la integridad física de la ISS e identificar posibles cambios asociados a la operación (microgrietas, heterogeneidades superficiales, porosidad aparente o signos de degradación).

Cuando se dispuso de micrografías de sección transversal, el espesor se estimó a partir de múltiples mediciones, reportando promedio y dispersión (media \pm desviación estándar).



3.4. Ensayos de transporte en celda de difusión

Los experimentos de transporte se efectuaron en una celda de difusión compuesta por dos cámaras acuosas separadas por la ISS; la agitación se mantuvo constante para disminuir la resistencia asociada a la capa límite externa. Las condiciones de operación fueron las siguientes:

- Volumen del compartimento donador: $V_d = 80$ mL
- Volumen del compartimento aceptor: $V_a = 80$ mL
- Área efectiva de transferencia: $A = 4.9$ cm²
- Agitación: 500 rpm
- Tiempo total de ensayo: 180 min
- Temperatura: ambiente

Se tomaron alícuotas a tiempos definidos (por ejemplo, 0, 30, 60, 90, 120, 150 y 180 min). El volumen típico de muestreo fue de 0.5 mL, y el volumen retirado se reposó inmediatamente con solución fresca de la misma composición para mantener volumen constante. Cuando se aplicó reposición, se consideró la corrección por dilución en el tratamiento de datos. Se registró pH inicial y final. Idealmente, cada condición se realizó al menos por duplicado (preferentemente triplicado), reportando promedio y desviación estándar.

3.5. Preparación de soluciones donadora y aceptora (lixiviado modelo)

Para garantizar comparabilidad entre configuraciones, se trabajó con matrices controladas (lixiviado modelo). En la fase donadora:

- Preparada a partir de agua desionizada y el estándar de plata.
- Concentración inicial de plata:

$$C_{0,d} = 2.0 \times 10^{-4} \text{ mol/L } (\approx 21.6 \text{ mg/L})$$
- Medio clorhídrico para controlar acidez/especiación: HCl en el intervalo 0.5–5.0 mol·L⁻¹
- Fuerza iónica en medio cloruro: NaCl 0.1 mol·L⁻¹

Para la fase aceptora, se utilizó una solución salina (por ejemplo, NaCl) como fase receptora. Adicionalmente, para validación de re-extracción cuando aplique, puede evaluarse una fase aceptora con tiourea en medio ácido (por ejemplo, 1–4 mM de tiourea en 1 M HCl), en caso de requerirse fortalecimiento del “stripping”.

3.6. Cuantificación de Ag(I) por UV-Vis

La concentración de Ag(I) se determinó por espectrofotometría UV-Vis empleando blancos de matriz para corregir señal de fondo y verificando que las lecturas se mantuvieran en el rango lineal de calibración.

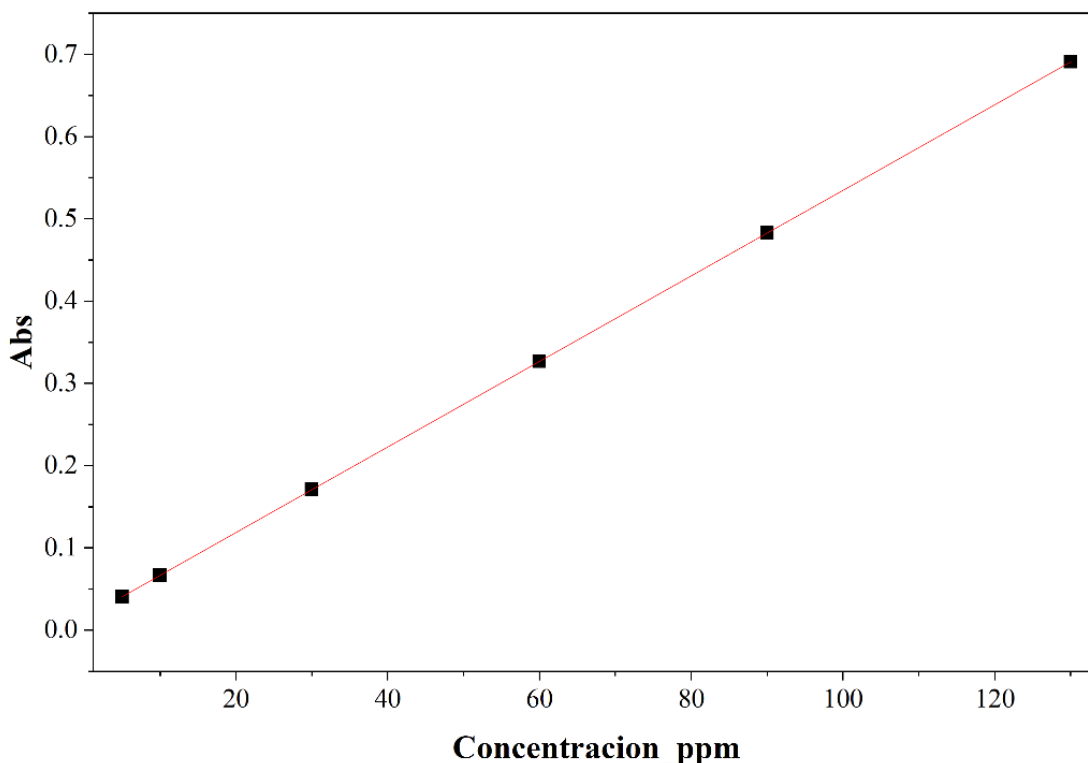


Figura 2. Curva de calibración UV-Vis para Ag(I) (elaboración propia).

Para este estudio, la cuantificación se realizó a:

- Longitud de onda: $\lambda = 404 \text{ nm}$

La curva de calibración externa se expresó como:

$$Abs = 0.0052C_{Ag(I)} + 0.0149 \quad (r = 0.9988) \quad (1)$$

donde $C_{Ag(I)}$ está en ppm ($\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$). Por despeje:

$$C_{Ag(I)} = \frac{Abs - 0.0149}{0.0052} \quad (2)$$

3.7. Cálculo de indicadores de desempeño

A partir de las concentraciones medidas en función del tiempo (considerando correcciones por reposición si aplica), se calcularon los siguientes indicadores:

- Porcentaje de extracción (en el donador) a tiempo t:

$$E_{ext}(\%) = \frac{C_{0,d} - C_{t,d}}{C_{0,d}} \times 100 \quad (3)$$



b) Flujo de transporte J:

Con base en la acumulación en el aceptor (forma general):

$$J = \frac{V_a}{A} \left(\frac{dC_a}{dt} \right) \quad (4)$$

donde V_a es el volumen del aceptor, A el área efectiva, y dC_a/dt la pendiente de la concentración en el aceptor respecto al tiempo.

c) Selectividad S:

Cuando existe un ion competidor M , la selectividad se definió de manera general como:

$$S_{Ag/M} = \frac{J_{Ag}}{J_M} \quad (5)$$

3.8. Evaluación de eficiencia mediante DEA

Cada escenario experimental se trató como una unidad de toma de decisión (DMU). Para evaluar de manera conjunta las variables de diseño y los indicadores de respuesta, se implementó un modelo DEA.

Se utilizó un modelo BCC (retornos variables a escala) orientado a salidas, adecuado cuando la comparación se realiza entre configuraciones con compromisos de escala y se busca maximizar resultados manteniendo entradas dadas.

Tabla 1. Variables de entrada y salida consideradas en el modelo DEA.

Tipo	Variable	Símbolo
Entrada (input)	Espesor de la ISS	δ
Entrada (input)	Concentración del acarreador	C_{car}
Entrada (input)	Consumo energético	E
Salida (output)	Porcentaje de extracción	E_{ext}
Salida (output)	Flujo	J
Salida (output)	Selectividad	$S_{Ag/M}$

El análisis DEA permitió identificar DMUs eficientes (frontera eficiente) y estimar, para DMUs ineficientes, las expansiones requeridas en salidas para alcanzar desempeño comparable con las mejores configuraciones observadas.

4. Resultados y discusiones



La Tabla 2 reúne las variables de entrada y salida de las 18 DMUs analizadas. Las diferencias observadas en δ , Ccar y E, así como en extracción, J y S, respaldan la conveniencia de emplear un procedimiento multicriterio para comparar el desempeño de las configuraciones.

Tabla 2. Matriz de entradas y salidas para el conjunto de DMUs consideradas en el modelo DEA.

DMU	δ (μm)	Ccar (mol/kg)	E (kWh)	Extracción (%)	Flujo J	Selectividad S
DMU01	35.1	0.499	0.084	72.6	2.35	2.57
DMU02	65.1	0.446	0.061	62.4	1.64	2.75
DMU03	53.7	0.569	0.125	64.1	1.99	3.62
DMU04	46.8	0.394	0.098	54.4	1.11	3.72
DMU05	23.8	0.446	0.063	62.5	1.94	2.27
DMU06	23.8	0.474	0.104	62.9	2.06	3.21
DMU07	18.6	0.509	0.054	77.9	2.78	3.43
DMU08	60.4	0.634	0.150	73.5	2.16	2.63
DMU09	47.0	0.417	0.078	60.6	1.61	2.53
DMU10	52.2	0.537	0.123	60.0	1.48	2.65
DMU11	16.0	0.566	0.084	80.9	2.92	4.61
DMU12	66.0	0.350	0.107	44.2	0.97	1.79
DMU13	58.8	0.568	0.110	64.3	1.80	3.33
DMU14	26.7	0.406	0.070	70.8	2.15	3.22
DMU15	25.1	0.357	0.157	56.9	1.54	2.64
DMU16	25.3	0.693	0.135	89.4	3.23	5.18
DMU17	31.5	0.700	0.153	70.1	2.50	4.14
DMU18	43.0	0.640	0.148	73.2	2.25	2.85

El modelo DEA BCC orientado a salidas identificó un conjunto de configuraciones eficientes (Score DEA = 1), que constituyen la frontera de referencia para el resto de DMUs (Tabla 2). Las DMUs no eficientes presentan puntajes inferiores a 1 y, por tanto, requieren un incremento proporcional en sus salidas, cuantificado por el factor Φ .

Tabla 3. Resultados del modelo DEA BCC orientado a salidas (puntaje, Φ y referencia principal).



DMU	Score DEA	Φ (expansión)	Eficiente	Referencia
DMU12	1.000	1.000	Sí	DMU12
DMU16	1.000	1.000	Sí	DMU16
DMU04	1.000	1.000	Sí	DMU04
DMU05	1.000	1.000	Sí	DMU05
DMU15	1.000	1.000	Sí	DMU15
DMU07	1.000	1.000	Sí	DMU07
DMU14	1.000	1.000	Sí	DMU14
DMU02	1.000	1.000	Sí	DMU02
DMU11	1.000	1.000	Sí	DMU11
DMU01	0.940	1.064	No	DMU07
DMU08	0.858	1.166	No	DMU16
DMU18	0.850	1.176	No	DMU16
DMU09	0.847	1.181	No	DMU14
DMU06	0.840	1.190	No	DMU14
DMU17	0.799	1.251	No	DMU16
DMU13	0.790	1.266	No	DMU16
DMU03	0.790	1.266	No	DMU11
DMU10	0.753	1.328	No	DMU07

Para interpretar el compromiso entre desempeño y requerimientos energéticos, la Figura 3 relaciona la energía consumida (E) con la extracción (%), incorporando el puntaje DEA como escala. Este análisis evidencia que una extracción más alta no garantiza por sí misma mayor eficiencia si se alcanza a costa de mayor energía o con pérdidas de selectividad.

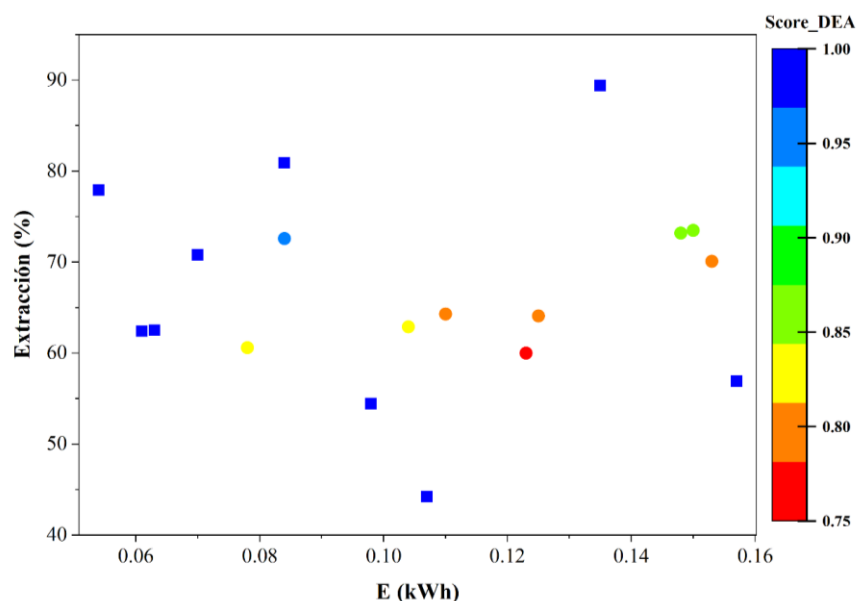


Figura 3. Relación entre consumo energético (E) y extracción de Ag(I), con puntaje DEA como escala (elaboración propia).



La distribución de puntajes DEA (Figura 4) permite comparar el desempeño relativo de cada configuración. En términos prácticos, las DMUs eficientes representan combinaciones de δ , Ccar y E capaces de sostener niveles altos de extracción, flujo y selectividad con los recursos observados.

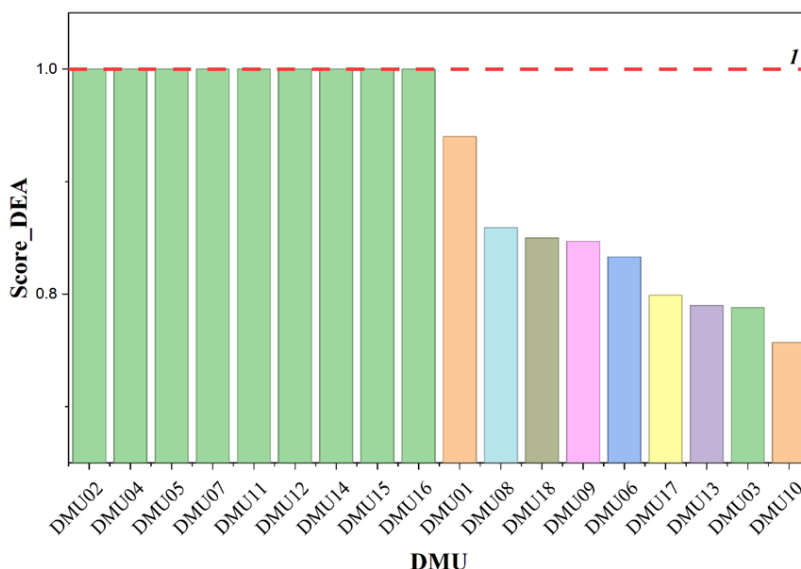


Figura 4. Puntaje de eficiencia (Score DEA) por DMU (modelo BCC orientado a salidas) (elaboración propia).

Finalmente, para DMUs seleccionadas con desempeño no eficiente, se estimaron incrementos relativos requeridos en variables de salida para alcanzar la frontera (Figura 5). Estos incrementos apoyan la priorización de estrategias de mejora, por ejemplo: aumentar flujo mediante optimización de δ o Ccar, o mejorar selectividad ajustando la química del acarreador o del stripping, procurando no incrementar de forma desproporcionada el consumo energético.

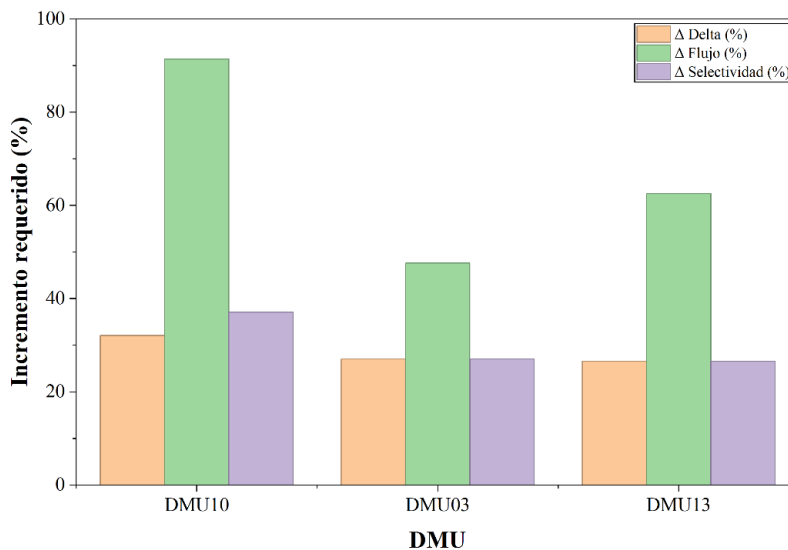


Figura 5. Incremento relativo requerido en espesor ($\Delta\delta$), flujo (ΔJ) y selectividad (ΔS) para alcanzar la frontera eficiente (elaboración propia).



5. Conclusiones

En este trabajo se evaluó la recuperación de Ag(I) desde lixiviados modelos de e-waste mediante interfaces selectivas de separación (ISS) y se comparó su desempeño mediante un modelo DEA BCC orientado a salidas. La cuantificación de Ag(I) por UV-Vis a 404 nm permitió construir indicadores consistentes de extracción, flujo y selectividad, integrados con variables operativas (espesor δ , concentración del acarreador C_{car} y consumo energético E) para realizar una evaluación multicriterio sin reducir el análisis a una sola métrica.

El análisis DEA de 18 configuraciones (DMUs) identificó 9 alternativas eficientes (Score = 1.000): DMU02, DMU04, DMU05, DMU07, DMU11, DMU12, DMU14, DMU15 y DMU16. Para las configuraciones no eficientes, los factores de expansión Φ se ubicaron entre 1.064 y 1.328, lo que implica requerimientos de mejora global de aproximadamente 6.4% a 32.8% en las salidas para alcanzar la frontera eficiente sin incrementar las entradas. En conjunto, estos resultados confirman que el enfoque DEA es útil para jerarquizar ISS con base en desempeño global y uso de recursos, además de proporcionar metas cuantitativas para configuraciones con margen de mejora.

A partir del análisis de proyecciones y holguras, se observó que el flujo J concentra el mayor déficit relativo en varias DMUs, por lo que se perfila como el principal parámetro limitante dentro del rango experimental evaluado. En consecuencia, la optimización de ISS para recuperación de Ag(I) no debe centrarse únicamente en maximizar la extracción, sino en mejorar el transporte global manteniendo la selectividad como criterio de control, particularmente en matrices con competencia iónica.

En términos generales, el esquema ISS–UV-Vis–DEA proporciona una base objetiva para seleccionar configuraciones prioritarias y orientar ajustes experimentales hacia soluciones ecoeficientes. Como fortalecimiento del marco comparativo, es recomendable ampliar el número de configuraciones y aplicar restricciones de peso o umbrales mínimos de desempeño (por ejemplo, selectividad), con el fin de aumentar la capacidad de discriminación del modelo y consolidar la robustez de la frontera eficiente.

6. Agradecimientos

Se agradece a la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH) por el respaldo institucional brindado al desarrollo de esta investigación. De igual manera, se reconoce a la Facultad de Ingeniería Química por facilitar infraestructura y equipo experimental para la preparación y evaluación de las interfaces selectivas de separación. Asimismo, se agradece a la SECIHTI, cuando corresponda, por el apoyo otorgado mediante sus programas de impulso a la investigación, y a la Facultad de Economía “Vasco de Quiroga” por el acompañamiento académico y las facilidades proporcionadas para las actividades vinculadas con el análisis de eficiencia.



7. Reconocimiento de autoría

Iván Ávila Raya: conceptualización, metodología, investigación, curación de datos, análisis formal, visualización, redacción del borrador original y revisión del manuscrito. *Rodrigo Gómez Monge*: conceptualización, metodología DEA, software, validación, análisis formal y revisión del manuscrito. *Rodrigo Tavera Ochoa*: validación, análisis formal, supervisión y revisión del manuscrito. *Alfonso Lemus Solorio*: conceptualización, supervisión, administración del proyecto, recursos y revisión del manuscrito. *José Luis Rivera Rojas*: validación, recursos, supervisión y revisión del manuscrito. *Salomón Ramiro Vásquez García*: supervisión, administración del proyecto, recursos, validación y revisión del manuscrito.

Referencias

- [1] C. P. Baldé et al., The Global E-waste Monitor 2024. Bonn, Germany: UNITAR (SCYCLE Programme) and International Telecommunication Union (ITU), 2024. [En línea]. Disponible en: <https://ewastemonitor.info/>
- [2] C. P. Baldé, V. Forti, V. Gray, R. Kuehr, and P. Stegmann, The Global E-waste Monitor 2020: Quantities, flows and the circular economy potential. Bonn, Germany: UNITAR (SCYCLE Programme), ITU e ISWA, 2020. [En línea]. Disponible en: https://www.itu.int/en/ITU-D/Environment/Documents/Toolbox/GEM_2020_def.pdf
- [3] C. P. Baldé, V. Forti, V. Gray, R. Kuehr, and P. Stegmann, The Global E-waste Monitor 2017: Quantities, flows, and resources. Bonn, Germany: United Nations University (UNU), ITU e ISWA, 2017. [En línea]. Disponible en: <https://globalewaste.org/>
- [4] M. Heacock et al., “E-Waste and Harm to Vulnerable Populations: A Growing Global Problem,” *Environmental Health Perspectives*, vol. 124, no. 5, pp. 550–555, 2016, doi: 10.1289/ehp.1509699.
- [5] A. Akcil, C. Erust, C. S. Gahan, M. Ozgun, M. Sahin, and A. Tuncuk, “Precious metal recovery from waste printed circuit boards using cyanide and non-cyanide lixiviants—A review,” *Waste Management*, vol. 45, pp. 258–271, 2015, doi: 10.1016/j.wasman.2015.08.032.
- [6] J. Cui and L. Zhang, “Metallurgical recovery of metals from electronic waste: A review,” *Journal of Hazardous Materials*, vol. 158, nos. 2–3, pp. 228–256, 2008, doi: 10.1016/j.jhazmat.2008.02.001.
- [7] Z. Wu et al., “Recovery of metals from waste printed circuit boards: A review of current technologies and future perspectives,” *Frontiers of Environmental Science & Engineering*, vol. 11, p. 8, 2017, doi: 10.1007/s11783-017-0995-6.
- [8] S. Debnath, U. Chowdhury, and T. Ghosh, “Sustainability of metal recovery from e-waste,” *Frontiers of Environmental Science & Engineering*, vol. 12, p. 2, 2018, doi: 10.1007/s11783-018-1044-9.
- [9] Z. Sun, Y. Xiao, H. Agterhuis, J. Sietsma, and Y. Yang, “Recycling of metals from urban mines – a strategic evaluation,” *Journal of Cleaner Production*, vol. 112, parte 4, pp. 2977–2987, 2016, doi: 10.1016/j.jclepro.2015.10.116.
- [10] Y. Wang et al., “Highly selective recovery of gold and silver from E-waste using a synergistic leaching system,” *Journal of Hazardous Materials*, vol. 471, art. 133430, 2024, doi: 10.1016/j.jhazmat.2024.133430.



- [11] D. Merli, A. Spim, T. Valentini, D. Gazzola, and S. A. Zini, “A non-toxic and high selectivity process for the separation and recovery of silver ions,” *Frontiers of Environmental Science & Engineering*, vol. 17, no. 10, art. 123, 2023, doi: 10.1007/s11783-023-1723-z.
- [12] Q. Tao et al., “Sustainable recovery of silver and copper from photovoltaic waste with UV-assisted thiosulfate leaching,” *Metals*, vol. 14, no. 6, art. 730, 2024, doi: 10.3390/met14060730.
- [13] P. M. H. Petter, H. M. Veit, and A. M. Bernardes, “Evaluation of gold and silver leaching from printed circuit boards of cellphones,” *Waste Management*, vol. 34, no. 2, pp. 475–482, 2014, doi: 10.1016/j.wasman.2013.10.032.
- [14] A. Ruan, C. Wu, Z. Zhang, S. Yi, W. Wen, and M. Chang, “Metal recovery from printed circuit boards via hydrometallurgical route: Leaching and separation,” *Waste Management*, vol. 34, no. 5, pp. 901–907, 2014, doi: 10.1016/j.wasman.2014.02.014.
- [15] G. Zhou, H. Zhang, W. Yang, Z. Wu, W. Liu, and C. Yang, “Bioleaching assisted foam fractionation for recovery of gold from the printed circuit boards of discarded cellphones,” *Waste Management*, vol. 101, pp. 200–209, 2020, doi: 10.1016/j.wasman.2019.10.016.
- [16] G. Merli et al., “Recovery of precious metals from printed circuit boards by cyanogenic bacteria: Optimization of cyanide production by statistical analysis,” *Journal of Environmental Chemical Engineering*, vol. 10, no. 3, art. 107495, 2022, doi: 10.1016/j.jece.2022.107495.
- [17] R. Jha, M. K. Jha y V. Kumar, “Potential of polymer inclusion membrane process for selective recovery of metal values from waste printed circuit boards: A review,” *Journal of Cleaner Production*, vol. 265, art. 121621, 2020, doi: 10.1016/j.jclepro.2020.121621.
- [18] B. Keskin, A. Cihanoğlu y Ö. Gül Özcan, “Polymer inclusion membrane applications for transport of metal ions: A critical review,” *Chemosphere*, vol. 279, art. 130604, 2021, doi: 10.1016/j.chemosphere.2021.130604.
- [19] M. A. Kaczorowska, M. Wiśniewska, M. Regel-Rosocka, and W. A. Stańczyk, “Advances in polymer inclusion membranes for removal of heavy metal ions: A review,” *Membranes*, vol. 12, no. 11, art. 1135, 2022, doi: 10.3390/membranes12111135.
- [20] M. Macías y E. Rodríguez, “On the use of polymer inclusion membranes for metal recovery from wastewater,” *Membranes*, vol. 13, no. 5, art. 512, 2023, doi: 10.3390/membranes13050512.
- [21] M. Senila, L. Senila, A. Pop et al., “Polymer inclusion membranes: Recent developments, characterization and applications,” *Polymers*, vol. 17, no. 6, art. 725, 2025, doi: 10.3390/polym17060725.
- [22] B. Staszak y K. Wieszczycka, “Removal and recovery of heavy metal ions using polymer inclusion membranes: A review,” *Membranes*, vol. 13, no. 1, art. 114, 2023, doi: 10.3390/membranes13010114.
- [23] E. E. Ezugbe y S. Rathilal, “Membrane technologies in wastewater treatment: A review,” *Membranes*, vol. 10, no. 5, art. 89, 2020, doi: 10.3390/membranes10050089.
- [24] B. Zhao et al., “Ionic liquid-based polymer inclusion membranes for metal ions extraction and recovery: Fundamentals, considerations and prospects,” *Chemical Engineering Journal*, vol. 481, art. 148792, 2024, doi: 10.1016/j.cej.2024.148792.
- [25] S. Adigun, O. A. Elemile, M. D. Arowoshola et al., “Recent advances in polymer inclusion membranes and their derivatives as a promising approach for precious metal recovery,” *RSC Sustainability*, vol. 2, pp. 2768–2780, 2024, doi: 10.1039/D4SU00195B.
- [26] I. I. Nasser, F. Ibn El Haj Amor, L. Donato, C. Algieri, A. Garofalo, E. Drioli, and C. Ahmed, “Removal and recovery of $\text{Ag}(\text{CN})_2^-$ from synthetic electroplating baths by polymer



- inclusion membrane containing Aliquat 336 as a carrier,” *Chemical Engineering Journal*, vol. 295, pp. 207–217, 2016, doi: 10.1016/j.cej.2016.03.034.
- [27] A. Nowik-Zajac, E. Radzimska-Lenarcik, M. Ulewicz, and A. Sypula, “Recovery and selective transport of Ag(I) using polymer inclusion membranes with calixpyrroles,” *RSC Advances*, vol. 9, pp. 31122–31132, 2019, doi: 10.1039/C9RA04347K.
- [28] Y. Y. N. Bonggotgetsakul, R. W. Cattrall, and S. D. Kolev, “Recovery of gold from aqua regia digested electronic scrap using a PVDF-HFP based polymer inclusion membrane containing Cyphos® IL 104,” *Journal of Membrane Science*, vol. 514, pp. 274–281, 2016, doi: 10.1016/j.memsci.2016.05.002.
- [29] J. Fontàs et al., “New insights on the effects of water on polymer inclusion membranes containing ionic liquid,” *Membranes*, vol. 12, no. 2, art. 193, 2022, doi: 10.3390/membranes12020193.
- [30] S. Kebiche-Senhadji et al., “Transport of Cr(VI) through PVC-based polymer inclusion membrane using Aliquat 336,” *Desalination*, vol. 258, nos. 1–3, pp. 59–65, 2010, doi: 10.1016/j.desal.2010.03.047.
- [31] L. D. Nghiem, P. Mornane, I. D. Potter, J. M. Perera, R. W. Cattrall, and S. D. Kolev, “Extraction and transport of metal ions and small organic compounds using polymer inclusion membranes,” *Journal of Membrane Science*, vol. 281, nos. 1–2, pp. 7–41, 2006, doi: 10.1016/j.memsci.2006.03.035.
- [32] A. Witt, H. Vávrová, J. Mlíková, and K. Štěpánek, “Influence of membrane composition on morphology and separation performance of polymer inclusion membranes,” *Polymers*, vol. 10, no. 2, art. 134, 2018, doi: 10.3390/polym10020134.
- [33] D. Wang, L. Wang, D. Wu, S. Zhang, and Z. Wang, “Separation and recovery of Au(I) from thiosulfate solution by a polymer inclusion membrane containing ionic liquid,” *Separation and Purification Technology*, vol. 224, pp. 127–135, 2019, doi: 10.1016/j.seppur.2019.04.030.
- [34] A. Benosmane, A. Hamdi, and A. Bouhidel, “Selective transport of metal ions across polymer inclusion membranes containing calixresorcinarene,” *Separation and Purification Technology*, vol. 65, no. 2, pp. 211–219, 2009, doi: 10.1016/j.seppur.2008.10.039.
- [35] G. Vlasopoulos, E. Koukkou, M. Voutsas, N. Papageorgiou, S. Kalogirou, and E. Gidarakos, “Hydrometallurgical recovery of silver and gold from waste printed circuit boards: Biofilm reactor integrated pilot application,” *Journal of Environmental Management*, vol. 344, art. 118334, 2023, doi: 10.1016/j.jenvman.2023.118334.
- [36] International Organization for Standardization, ISO 14040:2006, Environmental management—Life cycle assessment—Principles and framework. Geneva, Switzerland: ISO, 2006. [En línea]. Disponible en: <https://www.iso.org/standard/37456.html>
- [37] A. Charnes, W. W. Cooper, and E. Rhodes, “Measuring the efficiency of decision making units,” *European Journal of Operational Research*, vol. 2, no. 6, pp. 429–444, 1978, doi: 10.1016/0377-2217(78)90138-8.
- [38] R. D. Banker, A. Charnes, and W. W. Cooper, “Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis,” *Management Science*, vol. 30, no. 9, pp. 1078–1092, 1984, doi: 10.1287/mnsc.30.9.1078.
- [39] K. Tone, “A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis,” *European Journal of Operational Research*, vol. 130, no. 3, pp. 498–509, 2001, doi: 10.1016/S0377-2217(99)00407-5.



- [40] A. I. Ali, “Streamlined computation for data envelopment analysis,” IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 23, no. 4, pp. 1048–1056, 1993, doi: 10.1109/21.247884.
- [41] M. Guerrero, F. Aparicio, and C. Valero-Carreras, “Combining data envelopment analysis and machine learning for performance evaluation: A systematic review,” Mathematics, vol. 10, no. 6, art. 909, 2022, doi: 10.3390/math10060909.
- [42] S. Ratner, “Network data envelopment analysis and its applications (2017–2022): A literature review,” Mathematics, vol. 11, no. 9, art. 2141, 2023, doi: 10.3390/math11092141.

Derechos de Autor (c) 2026 Iván Ávila Raya, Rodrigo Gómez Monge, Rodrigo Tavera Ochoa, Alfonso Lemus Solorio, José Luis Rivera Rojas, Salomón Ramiro Vásquez García



Este texto está protegido por una licencia [Creative Commons 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Usted es libre para compartir —copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato— y adaptar el documento —remezclar, transformar y crear a partir del material— para cualquier propósito, incluso para fines comerciales, siempre que cumpla la condición de:

Atribución: Usted debe dar crédito a la obra original de manera adecuada, proporcionar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que tiene el apoyo del licenciante o lo recibe por el uso que hace de la obra.

[Resumen de licencia](#) - [Texto completo de la licencia](#)