



Artículo de investigación

Simulación de un prototipo virtual de órtesis robótica para rodilla

Simulation of a robotic knee orthosis virtual prototype

Agustín Barrera Sánchez¹ , Héctor Ramón Azcaray Rivera² , Andrés Blanco Ortega¹ ,
Rafael Campos Amezcua¹ , Arturo Abúndez Pliego¹ , Jhonatan Isidro Godoy¹ 

¹Departamento de Ingeniería Mecánica, Tecnológico Nacional de México, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C.P. 62490 Cuernavaca, Morelos

²Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Oaxaca, Francisco I. Madero, Instituto Tecnológico de Oaxaca, 68033 Oaxaca de Juárez, Oaxaca, México

Autor de correspondencia: Andrés Blanco Ortega, Departamento de Ingeniería Mecánica, Tecnológico Nacional de México, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Correo: andres.bo@cenidet.tecnm.mx, ORCID: 0000-0002-0088-6863.

Recibido: 12 de Septiembre del 2024 **Aceptado:** 17 de Diciembre del 2024 **Publicado:** 26 de Diciembre del 2024

Resumen. - *La complejidad en los movimientos de la actividad diaria que realizan las personas, origina que recurrentemente sufran de algún tipo de lesión en las extremidades (superiores/inferiores); siendo lo más común los daños en la articulación de la rodilla, afectando parcial o totalmente la movilidad. Estudios recientes indican que el empleo de dispositivos ortopédicos biomecánicos, como las órtesis, facilita la rehabilitación y acelera la recuperación de dichas lesiones. El principal objetivo del diseño de las órtesis para la rodilla es mejorar la movilidad, estabilidad y rigidez de la extremidad afectada. En este trabajo se presenta el proceso para la simulación de los movimientos de flexión y extensión de un prototipo virtual de una órtesis para rodilla, obteniendo como resultado la simulación y co-simulación entre MSC Adams® y Simulink-Matlab®. Para mostrar el proceso de simulación, se implementa un control tipo PID en el seguimiento de trayectorias del prototipo virtual de la órtesis de rodilla, utilizando un polinomio de Bézier. Los resultados muestran un buen desempeño en el seguimiento de trayectorias, obteniendo una trayectoria deseada de una flexión máxima de $2\pi/3$ rad, con un error aproximado de 0.0124 radianes con respecto a la trayectoria deseada.*

Palabras clave: Órtesis para rodilla; MSC Adams; Control de órtesis; Exoesqueleto de órtesis.

Abstract. - *The complexity in the movements of the daily activity that people perform, causes them to recurrently suffer from some type of injury in the extremities (upper/lower); being the most common damage in the knee joint, partially or totally affecting mobility. Recent studies indicate that the use of biomechanical orthopedic devices, such as orthoses, facilitates rehabilitation and accelerates recovery from such injuries. The main objective of the design of knee orthoses is to improve mobility, stability and stiffness of the affected limb. This paper presents the process for the simulation of the flexion and extension movements of a virtual prototype of a knee orthosis, obtaining as a result the simulation and co-simulation between MSC Adams® and Simulink-Matlab®. To show the simulation process, a PID type control is implemented to follow the trajectories of the virtual prototype of the knee orthosis, using a Bézier polynomial. The results show a good performance in the trajectory tracking, obtaining a desired trajectory of a maximum bending of $2\pi/3$ rad, with an approximate error of 0.0124 radians with respect to the desired trajectory.*

Keywords: Knee orthosis; MSC Adams; Orthosis control; Orthosis exoskeleton.





1. Introducción

El rol de la tecnología es cada vez más importante en el uso de dispositivos ortopédicos y biomecátricos, para satisfacer las necesidades de movilidad en la vida de las personas y solucionar los problemas de discapacidad motriz.

Estos dispositivos se clasifican según el uso para el que son diagnosticados; por el tipo de lesión, el proceso de rehabilitación y la actividad en la que son requeridos [1], [2], [3]. Además, los dispositivos ortopédicos se clasifican en: exoesqueletos, prótesis y órtesis.

En [4] se menciona que cualquier dispositivo que influya activamente en la dinámica e interactúe con el cuerpo humano se considera un dispositivo robótico o, más específicamente, un dispositivo biomecátrico.

El objetivo de diseñar y construir las órtesis es mejorar la movilidad y la calidad de vida de las personas con discapacidades del movimiento, así como, fomentar la participación activa del usuario a través de dispositivos dinámicos y prácticos en conjunto con la aplicación de estrategias y métodos de control, lo cual, se considera como un desafío para garantizar un desempeño adecuado y eficiente en el uso de las órtesis [5], [6], [7], [8], [9], [10].

El diseño y construcción de las órtesis y exoesqueletos facilitan la rehabilitación y las actividades diarias, brindan asistencia mecanizada al movimiento de locomoción del paciente, proporcionando equilibrio, rigidez, aumento de fuerza, disminución de peso de los dispositivos y reducción de gasto energético para las articulaciones de la rodilla mediante actuadores y sistemas de control [11], [12], [13].

En [14] se presenta un análisis donde ayuda a desarrollar y diseñar dispositivos de manera fiable y fácil de usar para usuarios comunes con un costo bajo. En [15] se presenta un novedoso diseño óptimo de una órtesis de rodilla energéticamente económica, con un algoritmo de optimización eficiente e inteligente, denominado optimizador bonobo auto adaptativo.

Las órtesis robóticas tienen el potencial de proporcionar una rehabilitación eficaz y acelerar los procesos de recuperación, así como, ser una herramienta de apoyo que facilita y aligera el trabajo de los terapeutas [16], [17], [18]. Se han realizado diversos trabajos de órtesis de rodilla y los retos que se siguen abordando son: diseño mecánico estructural, sistemas de control para sincronizar movimientos usuarios-órtesis, algoritmos de coordinación y sistemas de transmisión de potencia para los movimientos y fuerzas requeridas [2], [11], [19], [20].

En [21], [22] se presenta un análisis donde se obtienen valores para caracterización del ciclo de marcha con un dispositivo constituido con sistemas de actuadores elásticos y cables Bowden. En [23] se presenta un diseño de una órtesis para rodilla con sistemas elásticos, con el propósito de mejorar los movimientos de los dispositivos.

En el diseño y desarrollo de dispositivos ortopédicos, es importante considerar la interacción entre las personas y los dispositivos mecátricos, para usarlos adecuadamente y obtener un buen confort, [24], [25], [26], [27].

Así mismo, es necesario introducir en los dispositivos biomecátricos sistemas de control y analizar la funcionalidad de los diseños de los prototipos con software especializado de simulación, de este modo obtener movimientos estéticos aproximados a la locomoción natural de



las personas y evitar entorpecer los procesos de rehabilitación [28], [29].

Es evidente que el uso de software de ingeniería asistida por computadora - CAE (Computer Aided Engineering) para la simulación y/o Co-simulación, son una herramienta eficiente que se debe de considerar en el análisis cinemático y cinético del diseño de dispositivos para cualquier aplicación [30], [31].

En [32] se menciona que la simulación dinámica de sistemas permite desarrollar y validar diferentes estrategias de control para modelos de manipuladores robóticos de una forma rápida; la simulación y co-simulación en ADAMS y MATLAB permiten obtener y manipular los parámetros necesarios de los modelos de mecanismos en lazo cerrado, [33], [34], [35]. [35] muestra el análisis del rendimiento de un controlador de modo deslizante y con control PID a través de una simulación ADAMS/MATLAB.

Estos análisis de simulación permiten dar una perspectiva sencilla del comportamiento del movimiento, velocidad, aceleración, fuerzas y momentos de torsión a los que se pueden someter los diseños de diferentes prototipos. Es decir, el CAE de los prototipos virtuales proporciona una herramienta de simulación sumamente confiable y dinámica, para analizar el sistema de control y visualizar los desplazamientos o trayectorias deseadas en los prototipos mecatrónicos [36].

Esto puede llevar al entendimiento de las condiciones y restricciones en que el prototipo debe de operar para realizar trayectorias, así como, el número de repeticiones que se pueden ejecutar [37], [38]. Así también, comparar de forma sencilla y precisa el comportamiento del perfil de posición angular, velocidad y/o aceleración del prototipo, además obtener resultados exactos al tener un comparativo de

resultados con la simulación en CAE y con los realizados de forma analítica y física.

En este trabajo se presenta el proceso y los resultados de la simulación con el software MSC Adams® (Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems) y Simulink-Matlab® para un controlador tipo PID con seguimiento de trayectorias utilizando un polinomio de Bézier.

En la sección 2 se presenta la Biomecánica y parámetros antropométricos de la rodilla, en la sección 3 se describe el prototipo virtual de la órtesis para rodilla. El proceso de simulación y la aplicación de un control tipo PID en el prototipo virtual de una órtesis para rodilla, se muestra en la sección 4. En la sección 5 se presentan los resultados los movimientos de flexión y extensión de la órtesis propuesta; y finalmente en la sección 6 muestran las conclusiones de este trabajo.

2. Biomecánica y parámetros antropométricos de la rodilla

2.1 Biomecánica

Una consideración importante para el diseño y simulación de dispositivos ortopédicos son los parámetros biomecánicos y antropométricos del cuerpo humano, sobre todo cuando se trata de las extremidades inferiores, enfatizando la articulación de la rodilla. Esta articulación tiene un rol importante en la transmisión de cargas, la conservación de momentos y proporcionar fuerza en el proceso de locomoción. Los movimientos de la rodilla se presentan en los tres planos: sagital, frontal y transversal [39].

Al diseñar y elaborar dispositivos ortopédicos para la extremidad inferior, es necesario considerar una serie de variables. Entre estas se encuentran las cinemáticas y las cinéticas, que abarcan las condiciones del movimiento y las fuerzas aplicadas. Además, aspectos como el



confort y la adaptabilidad también son cruciales y se deben de tomar en cuenta durante el proceso de diseño [40]. En el ciclo de marcha seis medidas cinemáticas se requieren para cuantificar el movimiento del centro de masa del muslo, estas son: las posiciones, velocidades y aceleraciones en las direcciones horizontal y vertical, así como, ángulo, velocidad angular y aceleración angular. Los valores cinéticos son las fuerzas musculares individuales, los momentos generados por músculos a través de una articulación y los patrones de potencia mecánica [41].

La biomecánica a menudo calcula indirectamente los ángulos de las articulaciones a partir de las coordenadas lineales derivadas de imágenes de videos, o directamente de dispositivo basado en acelerómetros diseñados para medir los movimientos de las extremidades del cuerpo conectados a sujetos en movimiento [42] (ver **Tabla 1**).

En trabajos recientes se han desarrollado propuestas de diseño de órtesis motorizadas que contienen sensores inerciales o mioeléctricos para registrar los parámetros de torque, ángulos de movimiento, velocidad, fuerza y potencia que se requieren al realizar trayectorias predefinidas durante el ciclo de caminata y operar a diferentes velocidades, datos que se utilizan para desarrollar una locomoción lo más cercana la caminata natural de las personas sanas.

Tabla 1. Rangos de movimiento de la rodilla.

Movimiento	Rango
Extensión	5° a 10° (hipertensión)
Flexión	Flexión activa 120° a 140°
	Flexión pasiva 160°
Rotación interna	30°
Rotación Externa	40°

2.2 Parámetros de diseño

Los parámetros antropométricos como el peso y de manera general las dimensiones del cuerpo humano, son fundamentales para el diseño de órtesis de rodilla. Es necesario centrarse en las medidas de la extremidad inferior de una persona promedio para obtener parámetros como la circunferencia, el diámetro de la rodilla, longitud del muslo y la pierna.

Estos datos sirven como referencia para diseñar los puntos de apoyo, sujeción y formas geométricas estructurales de los elementos que constituyen los diseños de las órtesis. En la **Tabla 2** se muestra un resumen de los parámetros antropométricos del cuerpo humano [43].

Tabla 2. Parámetros antropométricos.

Parámetros antropométricos	Participantes normales	
	37 hombres	31 mujeres
Edad	22	21
Peso	60.7	52.3
Estatura	1.69	1.57
Índice de Masa Corporal	21.2	21.3
Amplitud ASIS (m)	0.28	0.29
Diámetro de la parte superior del muslo (m)	0.18	0.15
Circunferencia del muslo (m)	0.47	0.46
Longitud del muslo (m)	0.39	0.39
Diámetro de la rodilla (m)	0.11	0.10
Circunferencia de la pantorrilla (m)	0.36	0.35
Longitud de la pantorrilla (m)	0.41	0.37
Ancho del maléolo (m)	0.08	0.08
Ancho de pie (m)	0.11	0.10
Altura del maléolo (m)	0.08	0.07
Longitud del pie (m)	0.25	0.24

3. Prototipo de diseño de órtesis

De acuerdo con la literatura revisada en el diseño y creación de dispositivos ortopédicos, como las órtesis robóticas para rodilla, se puede concluir que, al utilizar actuadores calculados adecuadamente según los requerimientos de su uso, así como el reducir elementos en el diseño



de sistemas biomecátrónicos, dan resultados eficientes en la generación de movimientos, ahorro de energía y disminución del costo metabólico [15], [44], [45]. Además, el reducir el número de actuadores en el sistema robótico se producen órtesis con diseños compactos y ligeros [12]. Por estas razones, se propone el siguiente diseño virtual de órtesis para rodilla.

El diseño de la órtesis robótica propuesta en este trabajo se compone de una estructura ajustable para la longitud del muslo y la pantorrilla, tanto en la parte interior y exterior de la extremidad. Esta estructura se fija a una base tipo muslo en la parte superior y una base tipo pantorrilla en la parte inferior, donde se alojará y sujetará la extremidad. Para la articulación de la rodilla, se diseñó una pieza compuesta por tres elementos que, en conjunto tienen la forma de una unión tipo esfera, lo que permite el movimiento libre de la rodilla.

En la base tipo muslo se aloja un actuador rotativo con una polea como complemento para generar el movimiento de flexión y extensión. La segunda polea se ubica en la base tipo pantorrilla y el sistema de poleas se acopla a un cable Bowden para transmitir el movimiento flexión y extensión de la pantorrilla al muslo (ver **Figura 1**).

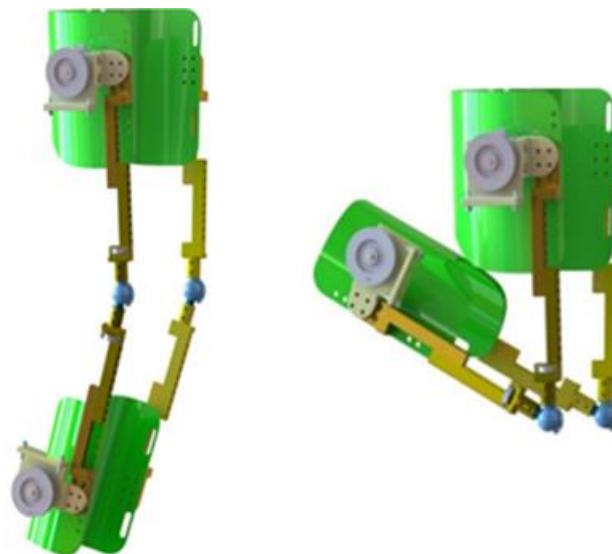


Figura 1. Prototipo de órtesis (propuesta).

4. Simulación del dispositivo

4.1. CAE de la órtesis

Para el proceso de simulación, se realizó la adecuación del ensamble del prototipo utilizando el software CAE, MSC Adams®, considerando el diagrama de la **Figura 2**. El archivo se importó en formato *parasolid* y se cargó en Adams®, generando un nuevo modelo en la opción *Model*.

4.1.1. Propiedades físicas

Con el prototipo en Adams®, se introducen las características y se seleccionan las propiedades físicas del material, tales como densidad, módulo de Young, relación de Poisson, masa y momentos inerciales. Esta acción se realiza para cada elemento que conforma el diseño, incluyendo las estructuras paralelas ajustables, las bases (tanto del muslo como la pantorrilla), la unión tipo esfera y las abrazaderas (**Figura 1**).

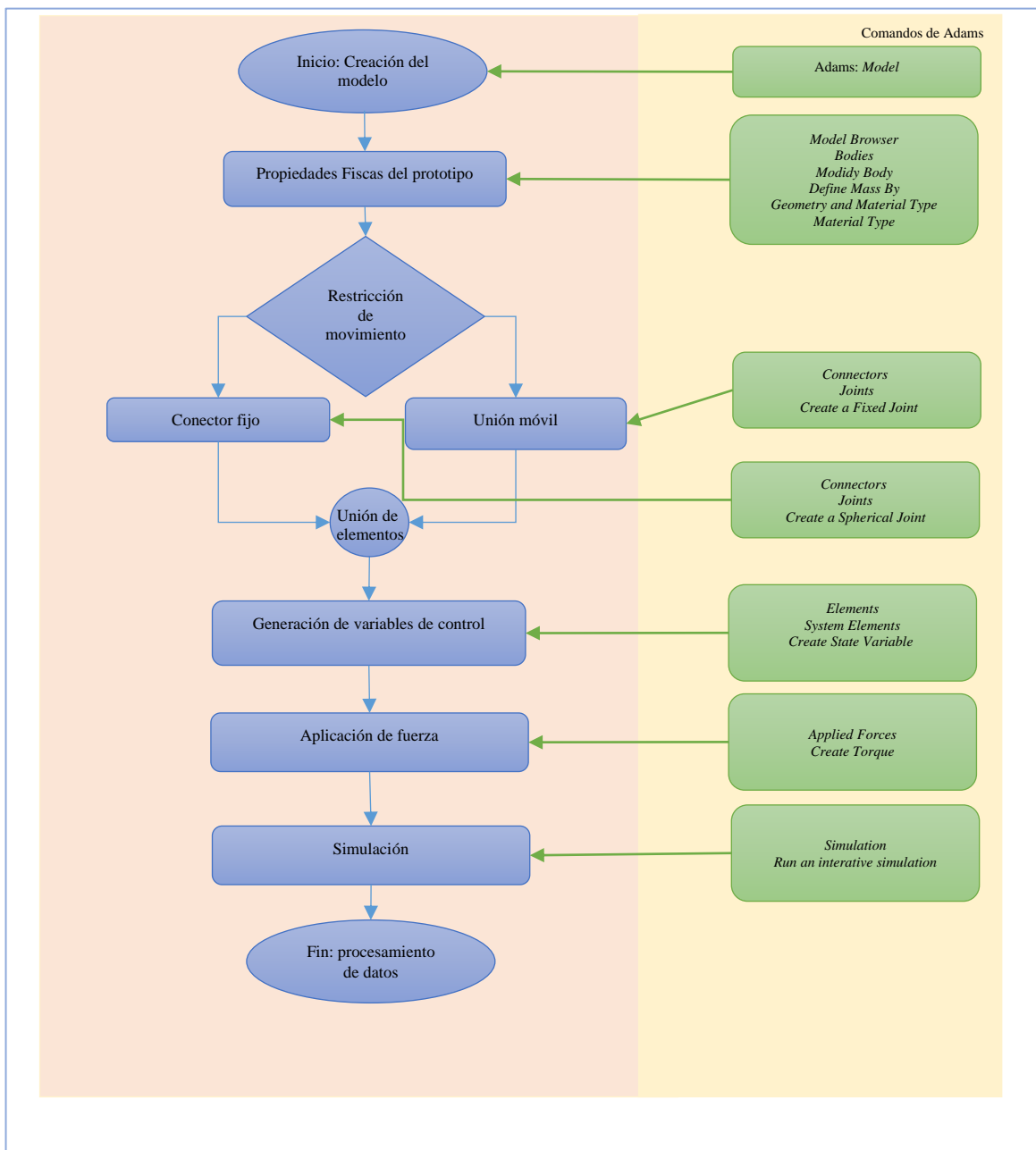


Figura 2. Esquema del diagrama de flujo.

4.1.2. Restricción de movimiento.

En el software de simulación, se aplican condiciones de movimiento según los elementos que deben permanecer fijos o tener movilidad dentro del sistema para seguir una trayectoria

específica o realizar un movimiento deseado. Se utilizan conectores de unión fija entre los contactos de cada elemento que forman las secciones rígidas del prototipo. De esta forma, el



modelo estará sujeto a restricciones y condiciones de movimiento que permitan simular los ejercicios realizados por el prototipo.

Para colocar las uniones fijas del prototipo, se elige como referencia la pieza “base para muslo” y se fijará a la condición de *Ground* del software para evitar que se desplace. Las demás piezas se fijan entre si con respecto a la base para muslo. Asimismo, se aplica la unión esférica en la pieza

unión tipo esfera en el lado exterior e interior del prototipo para permitir el movimiento de la pantorrilla hasta el muslo.

En la sección de la pantorrilla, las piezas de la estructura ajustable se colocan en la parte inferior de la unión tipo esfera con uniones fijas consecutivamente hasta unirse con la “base para pantorrilla” (ver **Figura 3**).

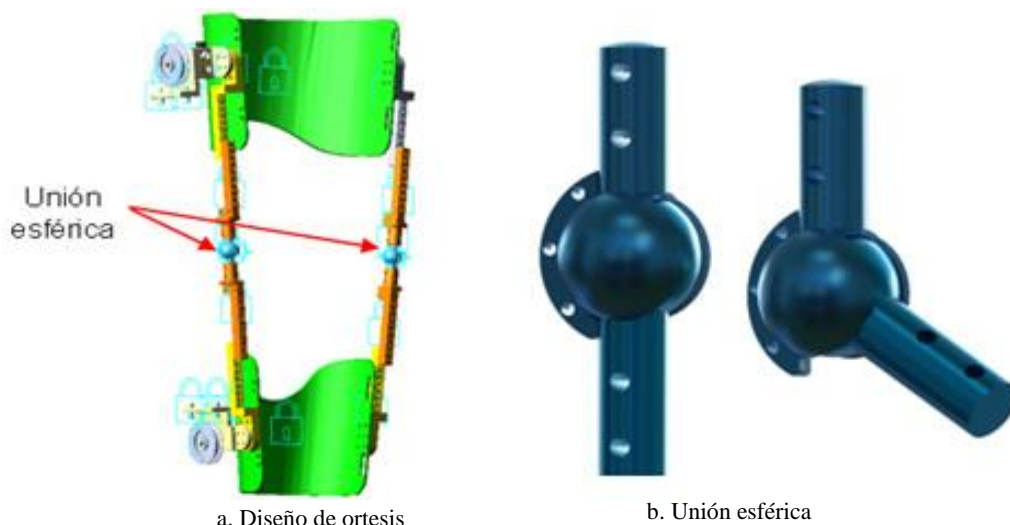


Figura 3. Ubicación de conectores fijos y móviles.

4.1.3. Variables de control

Se implementan variables para registrar la posición, velocidad y aceleración del prototipo virtual, con el fin de generar la información necesaria para que el sistema de control realice movimientos suaves, los cuales serán replicarlos físicamente por el dispositivo. En el diseño de la órtesis de rodilla, se asignaron variables auxiliares de control para su manipulación. En este trabajo, las variables fueron definidas en función de la posición, las trayectorias definidas por el polinomio de Bézier y sus respectivas derivadas, las cuales se denominaron *theta*, *dtheta*, PB, DPB, PB2 y DPB2). Estas variables

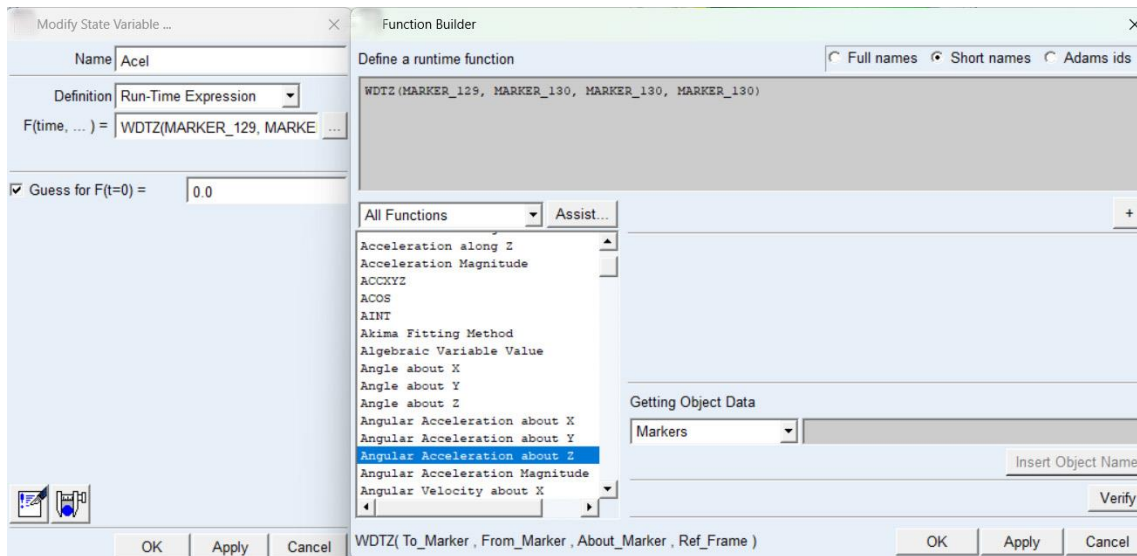
se utilizaron como entradas al sistema (fuerza) con un control tipo PID (ver **Figura 4**).

4.1.4. Aplicación de Fuerza

Se aplica una fuerza que genere el movimiento al prototipo virtual, se colocará en uno de los conectores de la unión esférica. Se eligen las referencias donde se ubicará la fuerza, en este caso se requieren dos puntos de referencia, uno se ubica en la pieza inferior de la unión esférica y el otro en la referencia de *ground* de la plataforma de Adams®. La fuerza se aplica al exterior de la unión esférica de manera independiente a la estructura de la misma. Se utilizan las marcas como referencia para fijar y



ubicar la fuerza aplicada en una sección determinada.



a. Creación de variable

b. Definir tipo de variable

Figura 4. Definición de variables de estado.

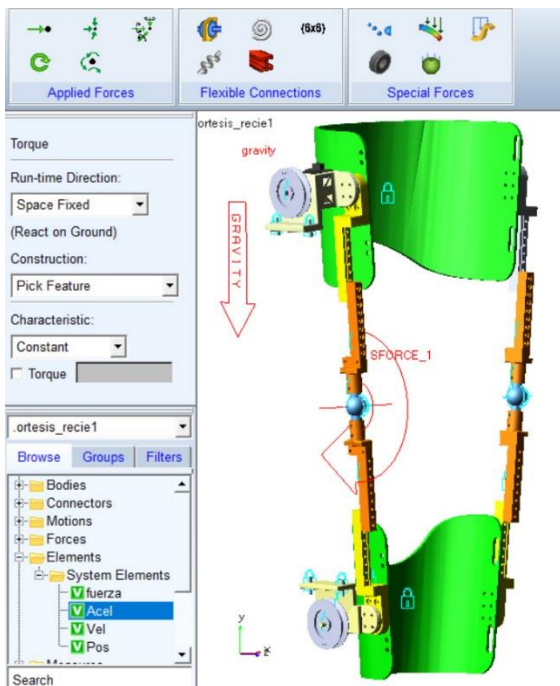


Figura 5. Ubicación de la fuerza en la órtesis.

4.2. Control

Con la finalidad de registrar y manipular la posición de la pantorrilla durante el movimiento de flexión/extensión, es posible obtener el modelo matemático que describe la dinámica para este movimiento mediante la siguiente ecuación (1):

$$\tau = J\ddot{\theta} + mgl \sin \theta \quad (1)$$

Se propone el controlador tipo PID para obtener la posición deseada (θ_d), ver ecuación (3), en donde el error es $e = (\theta - \theta_d)$:

$$\tau = Jv + mgl \sin \theta \quad (2)$$

$$\tau = J[\ddot{\theta}_d - k_p(\theta - \theta_d) - k_i \int_0^t (\theta - \theta_d) dt - k_d(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d)] + mgl \sin \theta \quad (3)$$

$$\ddot{e} - k_d\dot{e} - k_p e - k_i \int_0^t e dt = 0 \quad (4)$$

$$\ddot{e} - k_d\dot{e} - k_p e - k_i e = 0 \quad (5)$$



Para la ecuación dinámica del error se tiene el siguiente polinomio característico.

$$s^3 + s^2kd + skp + ki = 0 \quad (6)$$

$$(s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2)(s + p) = 0 \quad (7)$$

Los parámetros k_d , k_p y k_i son estimados de manera que el polinomio característico (7) sea de Hurwitz, para garantizar que la dinámica sea asintóticamente estable.

En la simulación, se implementa el control tipo PID en la fuerza y se utiliza una condición I_f para que el sistema realice el recorrido completo; es decir, la órtesis realizará la flexión con un desplazamiento de cero a 120° y luego la extensión en sentido opuesto hasta la posición inicial de la extremidad, en aproximadamente 6 segundos. Se integran las variables algebraicas creadas como se menciona en la sección 4.1. Además, se modifica la fuerza para implementar el control tipo PID y así proporcionar movimiento al sistema.

5. Co-simulación Simulink/Adams®

5.1. Seguimiento de trayectoria

Para complementar la simulación del prototipo virtual, se propone que el diseño replique trayectorias definidas en los movimientos de flexión y extensión. El seguimiento de trayectorias deseadas se define a través de modelos matemáticos, como funciones trigonométricas y polinomios. En este trabajo, se sugiere que el seguimiento de trayectorias del prototipo sea la descrita por el polinomio de Bézier, ecuación (8), con los parámetros para esta función polinomial definidos como: $\gamma_1 = 252$, $\gamma_2 = 1050$, $\gamma_3 = 1800$, $\gamma_4 = 1575$, $\gamma_5 = 700$, $\gamma_6 = 126$ [46], [47].

La aplicación de esta función polinomial define trayectorias continuas y estables, con curvas y movimientos suaves y precisos para facilitar el desplazamiento.

$$\theta_d(t) = \theta_i + (\theta_f - \theta_i)\sigma(t, t_i, t_f)\mu_p^5 \quad (8)$$

$$\sigma(t, t_i, t_f) = \gamma_1 - \gamma_2\mu_p + \gamma_3\mu_p^2 - \gamma_4\mu_p^3 + \gamma_5\mu_p^4 - \gamma_6\mu_p^5 \quad (9)$$

$$\mu_p = \frac{t-t_i}{t_f-t_i} \quad (10)$$

El modelo se evaluó en condiciones de posición y tiempo con base a los requerimientos de la trayectoria deseada (θ_d), teniendo como modelo matemático la ecuación (12). Se propone un desplazamiento de $2/3 * \pi$ rad equivalente a 120° , en un tiempo de 3 segundos, para el caso de la Flexión, como se muestra en la **Figura 6**. Para la extensión se requiere evaluar el polinomio con la posición inicial de 120° hasta una posición final de cero grados y un tiempo de 3 segundos, de esta manera el seguimiento de trayectoria sería completo.

$$t_i = 0, t_f = 3 \text{ seg.}$$

$$\theta_i = 0, \theta_f = \frac{2}{3} * \pi \text{ rad} = 120^\circ$$

$$\therefore \mu_p = \frac{t-0}{3-0} = \frac{t}{3}$$

$$\sigma(t, 0, 3) = 252 - \left(1050 * \frac{t}{3}\right) + \left(1800 * \left(\frac{t}{3}\right)^2\right) - \left(1575 * \left(\frac{t}{3}\right)^3\right) + \left(1575 * \left(\frac{t}{3}\right)^4\right) - \left(1575 * \left(\frac{t}{3}\right)^5\right) \quad (11)$$

$$\theta_d(t) = \theta_i + (\theta_f - \theta_i)(\sigma(t, 0, 3))\left(\frac{t}{3}\right)^5 \quad (12)$$

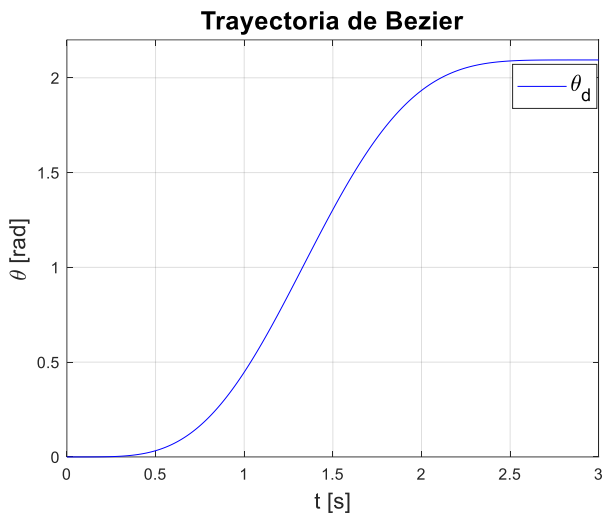


Figura 6. Trayectoria definida por el polinomio de Bézier.

5.1.1. Polinomio de Bézier en Simulink®

Con base en el modelo matemático y la estrategia de control tipo PID para el seguimiento de trayectorias, se desarrolló un esquema de bloques

en Simulink®. Esto se realizó mediante operaciones algebraicas básicas y utilizando la función *Polynomial* para desarrollar el polinomio de Bézier, tal como se muestra en la ecuación (12), y utilizarlo en la Co-simulación Simulink®/Adams®. Se ha definido un polinomio para cada movimiento: uno para flexión y otro para extensión.

Se requiere aplicar una condición de *If_else* para definir la trayectoria completa, mencionada en la sección 5.1, donde la parte inferior de la ortesis realice el rango de movimiento de 120° y luego regrese a su posición inicial. De igual manera, se aplica en el parámetro del tiempo una condición de *if_else* para realizar el movimiento de flexión durante el intervalo de 0 a 3 segundos, mientras que el movimiento de extensión se inicia durante el intervalo de 3 a 6 segundos, y posteriormente se mantendrá en cero (ver Figura 7).

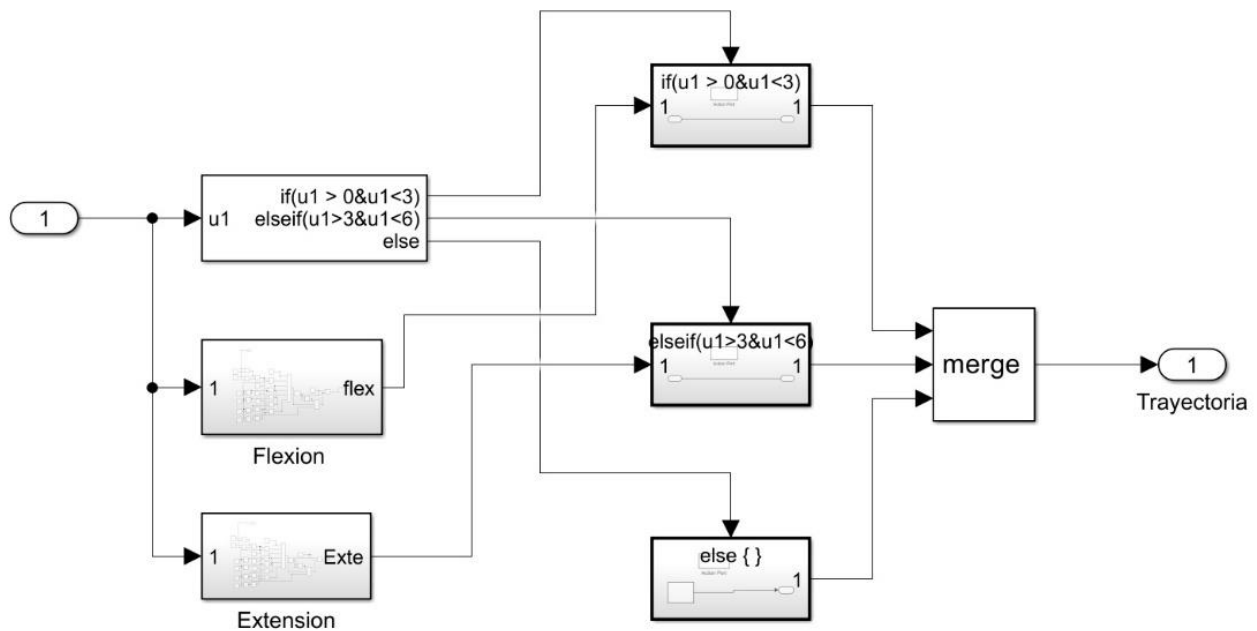


Figura 7. Condición *If-else* en Matlab/Simulink® para trayectoria completa.



En la **Figura 8**, se observa la trayectoria definida por el polinomio de Bézier, la cual muestra un movimiento completo de flexión-extensión. Se observa la trayectoria con curvas al inicio y al final de cada movimiento simulando una aceleración y desaceleración del recorrido, con un desplazamiento máximo de $2\pi/3$ rad en un tiempo de 3 segundos, llegando al punto inicial en un tiempo de 6 segundos.

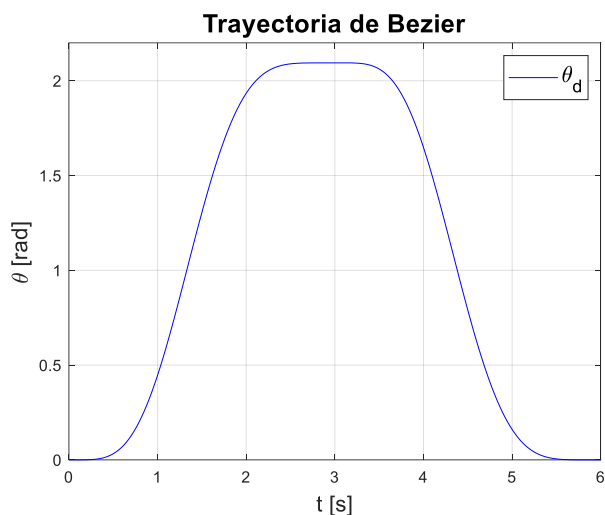


Figura 8. Respuesta en Matlab/Simulink® para un ciclo completo de flexión-extensión.

5.2. Desarrollo de Co-simulación Simulink®/Adams®

En la co-simulación entre Matlab/Simulink® y Adams® del prototipo virtual de la órtesis de

rodilla para el seguimiento de trayectorias, se consideraron los parámetros de entrada y las condiciones iniciales mencionados en la sección 5.1 del polinomio de Bézier. El proceso de co-simulación se llevó a cabo a través de las siguientes etapas:

5.2.1. Definición de variables

Como primer paso, en la plataforma de Adams® se definen y generan las variables de entrada y salida del diseño de la órtesis (sección 4.1). Las variables de entrada se definen como las fuerzas utilizadas para controlar y generar el movimiento requerido para la simulación de la trayectoria deseada (θ_d). Por otro lado, las variables de salida son los valores estimados por el software, como los resultados que se desean obtener, para este caso el desplazamiento, velocidad y aceleración.

5.2.2. Exportar planta de Adams

Se genera un archivo donde se guarda la planta (modelo matemático) del prototipo virtual de la órtesis, para realizar este proceso, del menú *Plugins* de Adams® se elige la opción de *controls* y se selecciona *Plant Export*; se despliega una ventana donde se coloca el nombre del archivo, se asignan las variables de entrada y salida, se selecciona el software objetivo para exportar la planta del sistema (ver **Figura 9**).

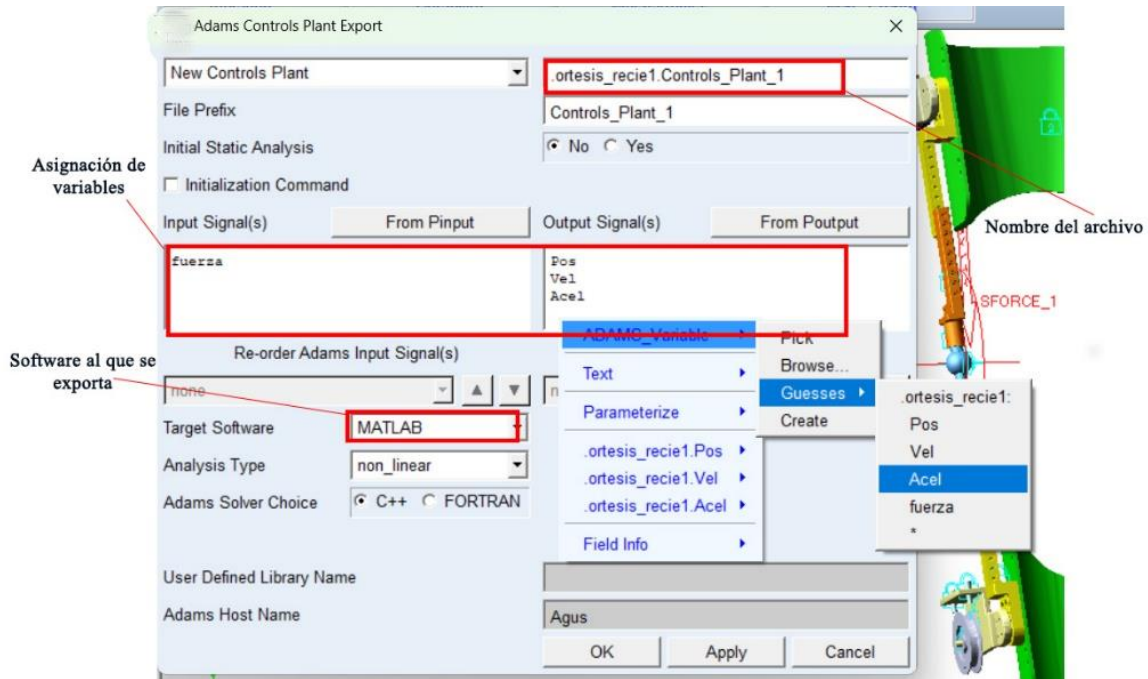


Figura 9. Exportar planta de órtesis.

5.2.3. Importar controles

Para importar en Matlab® la planta de controles generada en Adams®, se escribe en la ventana de comandos de Matlab® el nombre del archivo de la planta de controles, una vez que se cargaron los archivos de las variables de entrada y salida. Luego se escribe el comando *adams_sys* para importar los controles al simulink (ver Figura 10. a). Se genera un archivo con los controles

creados en Adams®; de este archivo se copian los controles de *adams_sub* y las salidas de posición, velocidad y aceleración (ver Figura 10. b). Estos datos se copian y pegan en el archivo donde previamente se generó la variable de control para el seguimiento de trayectorias por medio de simulink, para este caso el polinomio de Bézier (ver Figura 10. c).

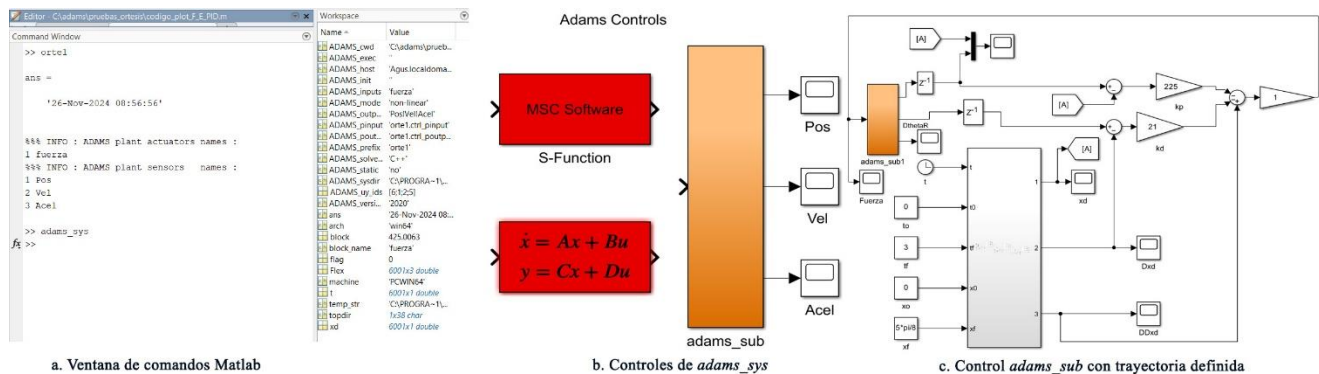


Figura 10. Controles en simulink.



5.2.4. Condiciones iniciales del control *Adams_sub*

En el bloque de *adams_sub* se tiene un panel de controles, dar doble clic en *MSC software* para abrir sus propiedades. En el bloque de parámetros se modifica la opción de *Animation mode* colocando *interactive* (para visualizar el prototipo virtual animado durante la simulación), una vez realizada esta acción se procede a realizar la co-simulación introduciendo el tiempo requerido para la simulación en el espacio de *Simulation Stop Time* y se dan clic en el botón de *run* (Figura 11).

Se recomienda antes de iniciar la simulación, verificar que la ruta de trabajo esté direccionada a los archivos donde se guardó la planta de Adams y el diagrama de bloques de simulink.

En el seguimiento de trayectoria se realizó una adecuación al sistema de control mostrado en la Figura 12.c, de esta forma la órtesis realiza un seguimiento de trayectoria deseada de flexión-extensión.

Además, se integraron condicionales de *if-else* para realizar la trayectoria completa en un intervalo de tiempo de 0 a 6 segundos, se acoplaron condiciones de operación para el seguimiento de la trayectoria. Se integró un sistema de control tipo PID con ganancias para $k_p = 675$, $k_d = 45$ y $k_i = 3375$ para mejorar el seguimiento de la trayectoria y los movimientos se realicen de manera suave y precisa (ver Figura 12).

5.3. Control del movimiento de flexión/extensión

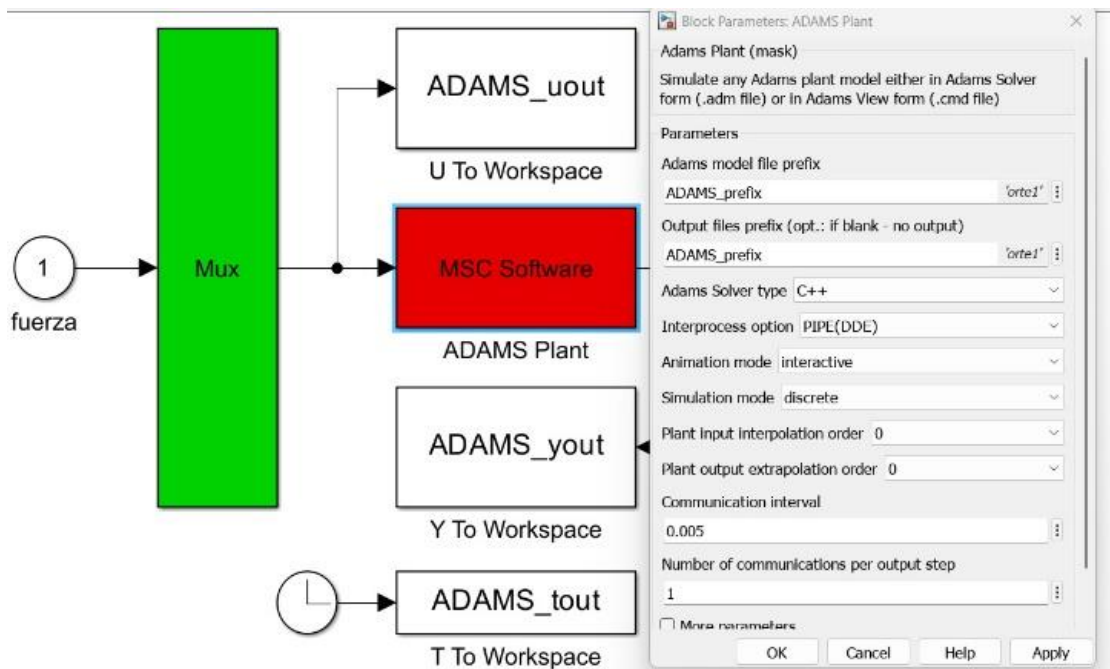


Figura 11. Parámetros de la planta de Adams® en simulink.

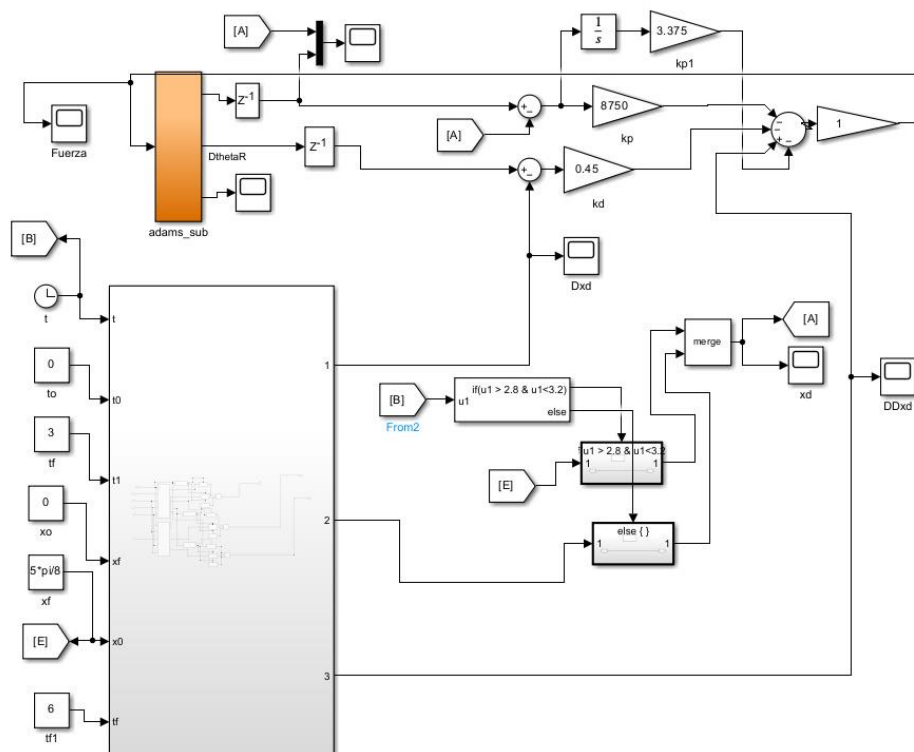


Figura 12. Control tipo PID con seguimiento de trayectorias para co-simulación de Matlab/Simulink® -Adams®.

6. Resultados

6.1. Simulación en Adams®

Con los valores iniciales propuestos y el acondicionamiento de la fuerza aplicada, se replicó el movimiento de flexión/extensión. La simulación en Adams® de la órtesis virtual obtiene un desplazamiento máximo del prototipo de 0.6504π rad (117.08°), sin presentar un contacto o choque entre la base de la pantorrilla y la base del muslo.

El dispositivo presenta una disminución de la velocidad cuando el tiempo se aproxima a los 3 segundos, donde se obtiene el desplazamiento máximo de la flexión, y se observan curvas suaves. Además, se observa que el dispositivo al llegar a la mitad del recorrido de 1.01366 rad (58.078°) aproximadamente en 1.4885 segundos tiene la velocidad máxima de 1.01585 rad/s ($58.204^\circ/s$). Este comportamiento es el mismo para el movimiento de extensión en el intervalo de 3 a 6 segundos (ver Figura 13).

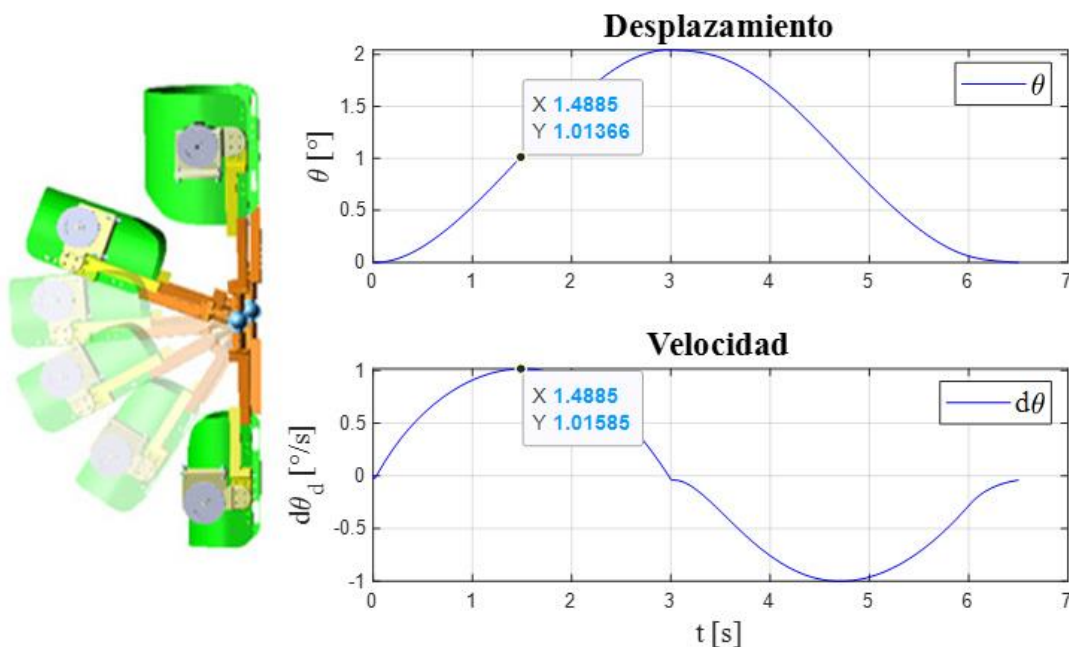


Figura 13. Simulación de la órtesis.

6.2. Co-simulación Simulink®/Adams®

De la co-simulación se obtiene como resultado que el dispositivo siga la trayectoria deseada definida por el polinomio de Bézier. En la **Figura 14**, se muestra la gráfica del seguimiento de la trayectoria deseada (θ_d) en color rojo y en color azul se presenta la trayectoria de simulación de la órtesis (θ). En la gráfica se muestra una trayectoria para el movimiento de flexión desde la posición inicial hasta el rango máximo de $2\pi/3$ rad (120°), realizado en un tiempo propuesto de 3 segundos. Para la extensión se muestra un desplazamiento del máximo grado de movimiento de $2\pi/3$ rad hasta el punto inicial de la órtesis durante un intervalo de 3 a 6 segundos. En este desplazamiento se observa una trayectoria con curvas suaves en los extremos de cada desplazamiento, teniendo un comportamiento similar al presentado en la simulación de Adams® mostrado en la sección 6.1 de este trabajo.

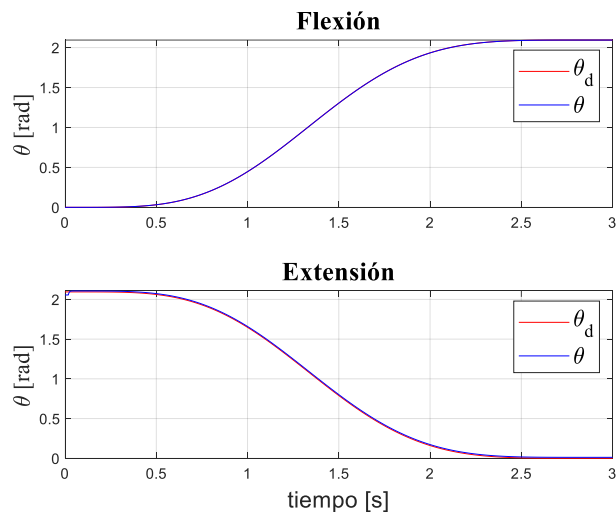


Figura 14. Gráfica del seguimiento de θ_d , a) Flexión y b) Extensión.

En la **Figura 15**, se muestran la gráfica del seguimiento de la trayectoria para flexión-extensión, donde la trayectoria de color rojo es la trayectoria deseada y la de color azul es la trayectoria que realiza el prototipo virtual de la



órtesis, este movimiento se realizó en un tiempo propuesto de seis segundos llegando a su posición máxima de $2\pi/3$ en tres segundos. En la gráfica se muestra que el desplazamiento realizado por el prototipo virtual tiene la misma trayectoria que la deseada en la parte de la flexión, en extensión se observa un desfase mínimo con el mismo comportamiento.

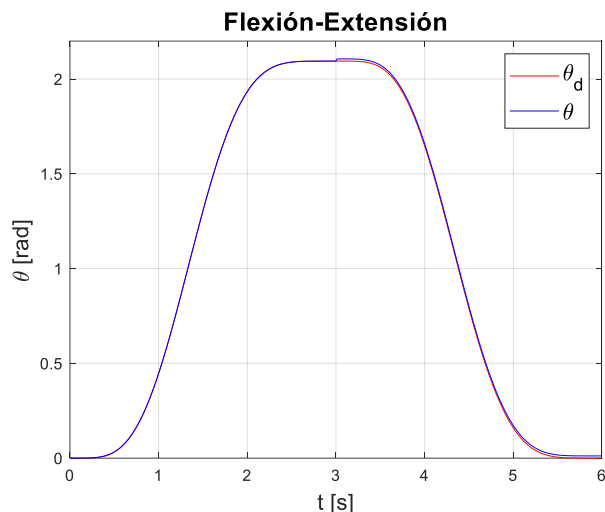


Figura 15. Gráfica del seguimiento de θ_d .

Como se puede observar en ambos procesos de simulación, los resultados muestran que el diseño virtual tiene un desempeño eficiente y control de trayectorias con un error máximo en el seguimiento de la trayectoria de 0.0124 rad, además se observa que el dispositivo muestra un comportamiento de la ortesis virtual similar al deseado definido por los parámetros iniciales propuestos, se presentan un movimiento continuo y preciso sin obtener golpes repentinos o detenimientos que pueden entorpecer el desarrollo de algún proceso de rehabilitación o actividad.

7. Conclusiones

Los resultados de simulación en Adams® para realizar el movimiento de flexión-extensión, así

como los mostrados en la co-simulación de Simulink®/Adams®, tanto en la propuesta de un momento de torsión aplicado sobre una de las uniones esféricas como en el seguimiento de una trayectoria definida por el polinomio de Bézier, muestra que, en ambas simulaciones aplicando la ley de control PID, se obtiene que el dispositivo virtual de la órtesis puede replicar de manera precisa y suave el seguimiento de trayectorias. Como se observa en los resultados, las curvas muestran que el movimiento realizado por el dispositivo no presenta singularidades ni movimientos repentinos. Además, los resultados de simulación obtenidos a partir del modelo matemático (12) corroboran los resultados obtenidos con las simulaciones del prototipo virtual, lo que demuestra la efectividad del control y la funcionalidad del diseño de la propuesta del dispositivo de órtesis de rodilla virtual.

En este trabajo se muestra que con el análisis de la simulación y co-simulación se puede tener una idea más precisa sobre el funcionamiento del diseño propuesto de la órtesis robótica para rodilla con base a las necesidades de cada paciente; así como, hacer modificaciones y análisis cinemáticos sin necesidad de construir el prototipo; se pueden establecer diferentes tipos de materiales para la construcción del prototipo. Además, los resultados de simulación presentados en este trabajo muestran que la propuesta de diseño de la órtesis son una opción viable para su construcción e implementación futura como un dispositivo ortopédico en los procesos de rehabilitación.

8. Reconocimiento de autoría

Agustín Barrera Sánchez: análisis formal, ideas, investigación, metodología, procesamiento de datos y discusión de resultados, preparación del borrador, revisión y edición. *Andrés Blanco Ortega:* conceptualización, administración del



proyecto, supervisión, ideas, redacción del borrador original; *Héctor Ramón Azcaray Rivera*: procesamiento de datos y discusión de resultados, preparación del borrador (de apoyo); *Rafael Campos Amezcua*: procesamiento de datos y discusión de resultados, preparación del borrador (de apoyo); *Arturo Abúndez Pliego*: procesamiento de datos y discusión de resultados, preparación del borrador (de apoyo); *Jhonatan Isidro Godoy*: procesamiento de datos y discusión de resultados, preparación del borrador (de apoyo).

Referencias

- [1] A. Zissimopoulos, S. Fatone, and S. A. Gard, “Biomechanical and energetic effects of a stance-control orthotic knee joint,” *The Journal of Rehabilitation Research and Development*, vol. 44, no. 4, p. 503, 2007, doi: 10.1682/JRRD.2006.09.0124.
- [2] P. M. Vergara, R. M. Díaz, E. F. Rivas, and M. M. Restrepo, *Diseño de dispositivos para rehabilitación y ortesis.*, 1st ed. Venezuela, 2017, URL: https://www.researchgate.net/publication/323971491_Diseño_de_dispositivos_para_rehabilitación_y_ortesis
- [3] N. F. Vargas, “Indicaciones de las ortesis en atención primaria,” *FMC*, vol. 24, no. 8, pp. 465–478, Oct. 2017, doi: 10.1016/j.fmc.2017.02.010.
- [4] M. B. Popovic, “Powered Orthotics: Enabling Brace Technologies for Upper and Lower Limbs,” in *Biomechanics*, Elsevier, 2019, pp. 279–303. doi: 10.1016/B978-0-12-812939-5.00010-0.
- [5] P. A. Villa, R. D. Delisle, J. Souza Lima, A. Frizera-Neto, and T. Bastos, “Knee Impedance Modulation to Control an Active Orthosis Using Insole Sensors,” *Sensors*, vol. 17, no. 12, p. 2751, Nov. 2017, doi: 10.3390/s17122751.
- [6] S. Hui, Chong Jiang, Yuliang Mao, and X. Wang, “Design and control of a wearable active knee orthosis for walking assistance,” in *2016 IEEE 14th International Workshop on Advanced Motion Control (AMC)*, IEEE, Apr. 2016, pp. 51–56. doi: 10.1109/AMC.2016.7496327.
- [7] P. Felix, J. Figueiredo, C. P. Santos, and J. C. Moreno, “Powered knee orthosis for human gait rehabilitation: First advances,” in *2017 IEEE 5th Portuguese Meeting on Bioengineering (ENBENG)*, IEEE, 2017, pp. 1–4. doi: 10.1109/ENBENG.2017.7889427.
- [8] E. Garcia, D. Sanz-Merodio, M. Cestari, M. Perez, and J. Sancho, “An Active Knee Orthosis for the Physical Therapy of Neurological Disorders,” 2016, pp. 327–337. doi: 10.1007/978-3-319-27149-1_26.
- [9] M. J. S. Lora, A. F. Hidalgo Romero, and E. Rocon de Lima, “Diseño de una órtesis activa de rodilla para la evaluación de algoritmos de asistencia robótica en sujetos hemiparéticos,” in *Actas de las XXXIX Jornadas de Automática, Badajoz, 5-7 de septiembre de 2018*, Universidade da Coruña. Servizo de Publicacións, Mar. 2020, pp. 57–63. doi: 10.17979/spudc.9788497497565.0057.
- [10] N. Karavas, A. Ajoudani, N. Tsagarakis, and D. Caldwell, “Human-inspired balancing assistance: Application to a knee exoskeleton,” in *2013 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, IEEE, Dec. 2013, pp. 292–297. doi: 10.1109/ROBIO.2013.6739474.
- [11] F. Tian, M. S. Hefzy, and M. Elahinia, “State of the Art Review of Knee–Ankle–Foot Orthoses,” *Ann Biomed Eng*, vol. 43, no. 2, pp. 427–441, Feb. 2015, doi: 10.1007/s10439-014-1217-z.
- [12] S. A. Barrera *et al.*, “State of the Art Review of Active and Passive Knee Orthoses,” *Machines*, vol. 10, no. 10, p. 865, Sep. 2022, doi: 10.3390/machines10100865.
- [13] C. Zhao, Z. Liu, L. Zhu, and Y. Wang, “Design and Research of Series Actuator Structure and Control System Based on Lower Limb Exoskeleton Rehabilitation Robot,” *Actuators*, vol. 13, no. 1, p. 20, Jan. 2024, doi: 10.3390/act13010020.
- [14] R. MI and A. Osman NA, “Mechanically Actuated Stance-Control-Orthoses: Advantages, Design Evaluation and Future Directions,” *J Pain Relief*, vol. 04, no. 06, 2015, doi: 10.4172/2167-0846.1000211.
- [15] A. K. Das, S. Sahoo, and D. K. Pratihari, “An Improved Design of Knee Orthosis Using Self-Adaptive Bonobo Optimizer (SaBO),” *J Intell Robot Syst*, vol. 107, no. 1, p. 8, Jan. 2023, doi: 10.1007/s10846-022-01802-1.
- [16] J.-H. Kim, S.-G. Ji, K.-J. Jung, and J.-H. Kim, “Therapeutic Experience on Stance Control Knee-Ankle-Foot Orthosis With Electromagnetically Controlled Knee Joint System in Poliomyelitis,” *Ann Rehabil Med*, vol. 40, no. 2, p. 356, 2016, doi: 10.5535/arm.2016.40.2.356.
- [17] Y. Heo, H.-J. Choi, J.-W. Lee, H.-S. Cho, and G.-S. Kim, “Motion-Based Control Strategy of Knee Actuated Exoskeletal Gait Orthosis for Hemiplegic



- Patients: A Feasibility Study,” *Applied Sciences*, vol. 14, no. 1, p. 301, Dec. 2023, doi: 10.3390/app14010301.
- [18] M. D. S. Manchola, L. J. A. Mayag, M. Munera, and C. A. C. Garcia, “Impedance-based Backdrivability Recovery of a Lower-limb Exoskeleton for Knee Rehabilitation,” in *2019 IEEE 4th Colombian Conference on Automatic Control (CCAC)*, IEEE, Oct. 2019, pp. 1–6. doi: 10.1109/CCAC.2019.8921278.
- [19] V. C. H. Guzmán, E. J. L. Carrera, O. A. Blanco, S. M. A. Oliver, and B. F. A. Gómez, “Diseño y control de un sistema interactivo para la rehabilitación de tobillo: TobiBot,” *INGENIERÍA MECÁNICA TECNOLOGÍA Y DESARROLLO*, vol. 5, pp. 255–264, 2014, URL: https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-73812014000200003,
- [20] M. Alam, I. A. Choudhury, and A. Bin Mamat, “Mechanism and Design Analysis of Articulated Ankle Foot Orthoses for Drop-Foot,” *The Scientific World Journal*, vol. 2014, pp. 1–14, 2014, doi: 10.1155/2014/867869.
- [21] J. F. Veneman, R. Ekkelenkamp, R. Kruidhof, F. C. T. van der Helm, and H. van der Kooij, “A Series Elastic- and Bowden-Cable-Based Actuation System for Use as Torque Actuator in Exoskeleton-Type Robots,” *Int J Rob Res*, vol. 25, no. 3, pp. 261–281, Mar. 2006, doi: 10.1177/0278364906063829.
- [22] J. F. Veneman, R. Kruidhof, E. E. G. Hekman, R. Ekkelenkamp, E. H. F. Van Asseldonk, and H. van der Kooij, “Design and Evaluation of the LOPES Exoskeleton Robot for Interactive Gait Rehabilitation,” *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 15, no. 3, pp. 379–386, Sep. 2007, doi: 10.1109/TNSRE.2007.903919.
- [23] M. S. Cherry, D. J. Choi, K. J. Deng, S. Kota, and D. P. Ferris, “Design and Fabrication of an Elastic Knee Orthosis: Preliminary Results,” in *Volume 2: 30th Annual Mechanisms and Robotics Conference, Parts A and B*, ASMEDC, Jan. 2006, pp. 565–573. doi: 10.1115/DETC2006-99622.
- [24] J. Z. Chen and W. H. Liao, “Design, testing and control of a magnetorheological actuator for assistive knee braces,” *Smart Mater Struct*, vol. 19, no. 3, p. 035029, Mar. 2010, doi: 10.1088/0964-1726/19/3/035029.
- [25] M. J. Claros, R. Soto, J. L. Gordillo, J. L. Pons, and J. L. Contreras-Vidal, “Robotic Assistance of Human Motion Using Active-Backdrivability on a Geared Electromagnetic Motor,” *Int J Adv Robot Syst*, vol. 13, no. 2, p. 40, Mar. 2016, doi: 10.5772/62331.
- [26] B. Penzlin, M. E. Fincan, Y. Li, L. Ji, S. Leonhardt, and C. Ngo, “Design and Analysis of a Clutched Parallel Elastic Actuator,” *Actuators*, vol. 8, no. 3, p. 67, Sep. 2019, doi: 10.3390/act8030067.
- [27] J. Figueiredo, C. P. Santos, and J. C. Moreno, “Assistance and rehabilitation of gait disorders using active lower limb orthoses,” in *2015 IEEE 4th Portuguese Meeting on Bioengineering (ENBENG)*, IEEE, Feb. 2015, pp. 1–6. doi: 10.1109/ENBENG.2015.7088837.
- [28] I. A. Amaia, “Análisis dinámico de las fuerzas de contacto órtesis pierna mediante un modelo biomecánico tridimensional,” Tesis de Máster, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, 2014, URL: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://biomec.upc.edu/wp-content/uploads/theses/Ilzarbe-MSc-Thesis-Analisis%20dinamico%20de%20las%20fuerzas%20de%20contacto%20ortesis-pierna%20mediante%20un%20modelo%20biomecanico%20tridimensional.pdf>
- [29] S. A. Fesharaki *et al.*, “The Effects of Knee Orthosis with Two Degrees of Freedom Joint Design on Gait and Sit-to-Stand Task in Patients with Medial Knee Osteoarthritis,” *Sultan Qaboos University Medical Journal [SQUMJ]*, vol. 20, no. 4, pp. e324-331, Dec. 2020, doi: 10.18295/squmj.2020.20.04.008.
- [30] E. Lugo, P. Ponce, A. Molina, and S. Castro, “Co-simulación del Diseño Biomecánico para un Exoesqueleto Robótico del Miembro Inferior,” *Revista Mexicana de Ingeniería Biomédica*, vol. 2, pp. 143–156, Aug. 2014, URL: https://www.researchgate.net/publication/273327998_Co-simulacion_del_Diseño_Biomecanico_para_un_Exoesqueleto_Robotico_del_Miembro_Inferior
- [31] M. V. Urdaniz, M. A. Ortiz, A. A. Bonardi, and G. G. Gentiletti, “Diseño y Simulación de una Órtesis Robótica para Rehabilitación de la Marcha,” 2009, URL: https://www.researchgate.net/publication/242363654_Diseño_y_Simulación_de_una_Ortesis_Robotica_para_Rehabilitación_de_la_Marcha
- [32] L. Ángel, M. P. Pérez, Q. C. Díaz, and C. Mendoza, “ADAMS/MATLAB Co-Simulation: Dynamic Systems Analysis and Control Tool,” *Applied Mechanics and Materials*, vol. 232, pp. 527–531, Nov. 2012, doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.232.527.



- [33] R. J. Pulles, “Controller design for ADAMS models using Matlab/SIMULINK interaction,” Technische Universiteit Eindhoven., 2003, URL: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://pure.tue.nl/ws/files/4339937/614916.pdf>
- [34] O. C. Chávez, E. Rubio, and C. Guzmán, “Study of dynamic simulators with ADAMS and Matlab/Simulink for control systems,” *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, vol. 38, no. 1, 2022, doi: 10.23967/j.rimni.2022.04.001.
- [35] A. S. Nair and D. Ezhilarasi, “Performance Analysis of Super Twisting Sliding Mode Controller by ADAMS–MATLAB Co-simulation in Lower Extremity Exoskeleton,” *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing-Green Technology*, vol. 7, no. 3, pp. 743–754, May 2020, doi: 10.1007/s40684-020-00202-w.
- [36] R. López, H. Aguilar, S. Salazar, R. Lozano, and J. A. Torres, “Modelado y Control de un Exoesqueleto para la Rehabilitación de Extremidad Inferior con dos grados de libertad,” *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, vol. 11, no. 3, pp. 304–314, Jul. 2014, doi: 10.1016/j.riai.2014.02.008.
- [37] Craig J., *Introduction to Robotics (Mechanics and Control)*, 2nd edition. 1989, URL: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://marsuniversity.github.io/ece387/Introduction-to-Robotics-Craig.pdf>
- [38] Selig J., *Introductory Robotics*. 1992, URL: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://www.robot.bmstu.ru/files/books/Robotic%20-%20Introductory%20Robotics%20-%20Prentice%20Hall%201992.pdf>
- [39] S. M. A. Romero, “Diseño y Construcción de una Órtesis de Rodilla, Destinada a la Rehabilitación Automatizada de la Extremidad Inferior.” Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca, 2012, URL: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/2814/1/UPS-CT002463.pdf>
- [40] P. Y. Torres, “Evaluación cuantitativa de una prótesis de miembro inferior unilateral,” Tesis, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia., 2005, URL: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://repositorio.uniandes.edu.co/server/api/core/bitstreams/abc58095-385f-4305-bcc4-1d01f66a4362/content>
- [41] J. D. Boyling, “A Review of: ‘The Biomechanics and Motor Control of Human Gait’ By DAVID A. WINTER. (University of Waterloo Press, Waterloo, Canada, 1987.) [Pp. 72.],” *Ergonomics*, vol. 32, no. 4, pp. 453–453, Apr. 1989, doi: 10.1080/00140138908966114.
- [42] D. Knudson, *Fundamentals of Biomechanics*. Boston, MA: Springer US, 2007. doi: 10.1007/978-0-387-49312-1.
- [43] F. Ferryanto, I. Herman, S. Miharadi, T. Dirgantara, and A. I. Mahyuddin, “Development of a 3D Gait Measurement Protocol for Amputees Walking on Treadmill,” *MESIN*, vol. 26, no. 1, pp. 29–39, Apr. 2017, doi: 10.5614/MESIN.2017.26.1.4.
- [44] M. Khosravi, M. Jalali, T. Babaee, M. Ali Sanjari, and A. Rahimi, “Evaluating the effective pressure applied by a valgus knee orthosis in individuals with medial knee osteoarthritis based on the dose–response relationship,” *Knee*, vol. 40, pp. 174–182, Jan. 2023, doi: 10.1016/j.knee.2022.11.002.
- [45] R. Dwarakanathan, R. K. Mohanty, S. Sahoo, and S. Prasad, “Efficacy of unloader knee orthosis and lateral wedge insole on static balance in medial knee osteoarthritis,” *Journal of Orthopaedics, Trauma and Rehabilitation*, vol. 29, no. 1, p. 221049172210952, Jun. 2022, doi: 10.1177/22104917221095256.
- [46] O. A. Blanco, B. F. A. Gomez, L. G. V. Valdes, and R. O. D. Arcega, “A Generalized Proportional Integral Controller for an Ankle Rehabilitation Machine Based on an XY Table,” in *2013 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering*, IEEE, Nov. 2013, pp. 152–157. doi: 10.1109/ICMEAE.2013.24.
- [47] O. A. Blanco, B. R. F. Vázquez, V. G. Vela, M. E. Quintero, and L. G. López, “Control of a virtual prototype of an ankle rehabilitation machine,” *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*, no. 67, pp. 183–196, Aug. 2013, doi: 10.17533/udea.redin.16321.



Derechos de Autor (c) 2024 Agustín Barrera Sánchez, Héctor Ramón Azcaray Rivera, Andrés Blanco Ortega, Rafael Campos Amezcua, Arturo Abúndez Pliego, Jhonatan Isidro Godoy



Este texto está protegido por una licencia [Creative Commons 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Usted es libre para compartir —copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato— y adaptar el documento —remezclar, transformar y crear a partir del material— para cualquier propósito, incluso para fines comerciales, siempre que cumpla la condición de:

Atribución: Usted debe dar crédito a la obra original de manera adecuada, proporcionar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que tiene el apoyo del licenciante o lo recibe por el uso que hace de la obra.

[Resumen de licencia](#) - [Texto completo de la licencia](#)