



# Modelado por elemento finito de la fatiga en engranes de reductores de velocidad con desalineamiento radial y axial

## *Finite element modeling of fatigue in speed reducer gears with radial and axial misalignment*

José Omar Dávalos Ramírez , Uzziel Caldiño Herrera, Shehret Tilvaldyev, Delfino Cornejo Monroy, David Luviano Cruz 

Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Departamento de Ingeniería Industrial y Manufactura. Av. del Charro no. 450 Nte. Col. Partido Romero CP 32310, Ciudad Juárez, Chihuahua, México.

**Autor de correspondencia:** José Omar Dávalos Ramírez, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Departamento de Ingeniería Industrial y Manufactura, Av. del Charro no. 450 Nte. Col. Partido Romero CP 32310, Ciudad Juárez, Chihuahua, México. E-mail: [jose.davalos@uacj.mx](mailto:jose.davalos@uacj.mx). ORCID: 0000-0002-6612-5231

**Recibido:** 12 de Enero del 2020      **Aceptado:** 21 de Marzo del 2020      **Publicado:** 30 de Junio del 2020

**Resumen.** - Este artículo presenta un análisis de fatiga en engranes de reductores de velocidad sometidos a desalineamiento radial y axial. Se empleó el método del elemento finito para el cálculo de los ciclos de vida y del estado de esfuerzos alternantes en los engranes. El desalineamiento se consideró en función del módulo del engrane, M. El desalineamiento radial fue M0.2 y M0.5 y el desalineamiento axial fue M0.2 y M0.3. El mecanismo analizado corresponde a los engranes piñón y rueda de la primera etapa del reductor de velocidad de un vehículo todo terreno. En ambas condiciones de desalineamiento la máxima reducción en los ciclos de vida ocurre en el engrane piñón causados por elevados esfuerzos alternantes a medida que se incrementa el torque. Las variaciones en la zona de contacto entre los dientes debido a los desalineamientos en los engranes provocó concentraciones de esfuerzos en la cara y la raíz del diente.

**Palabras clave:** Elemento finito; Fatiga de engranes; Desalineamiento radial y axial.

**Abstract.** - This paper presents a fatigue analysis of spur gears belong to speed reducers under radial and axial misalignment. The finite element method was employed to calculate the life cycles and the alternating stress in the spur gears. The misalignment was considered as a function of gear module, M. The radial misalignment was M0.2 and M0.5 and the axial misalignment was M0.2 and M0.3. The analyzed mechanism corresponds to the pinion and gear of the first stage of an all-terrain vehicle speed reducer. In both misalignment conditions, the maximum reduction of life cycles occurs in pinion gear due to high alternating stresses as torque increases. Changes in the contact zone due to gear misalignment cause stress concentrations in the face and root teeth.

**Keywords:** Finite element; Gear fatigue; Radial and axial misalignment.



## 1. Introducción

Los reductores de velocidad son mecanismos utilizados en aplicaciones en las que se requiere transmitir movimiento rotacional de un eje conductor a otro conducido, ya sea a mayor o menor magnitud. La razón para reducir el movimiento rotacional es aumentar el torque final que se obtiene en el eje conducido. Un medio para lograr la reducción es a través del acoplamiento de un engrane piñón con un engrane rueda. Ambos engranes se encuentran montados en el eje conductor y el eje conducido respectivamente. La relación entre la cantidad de dientes del engrane rueda y el engrane piñón, definen la cantidad de veces que se reduce la velocidad. Durante el acoplamiento entre los engranes, se presentan dos tipos de esfuerzos mecánicos que afectan la integridad estructural de sus dientes: esfuerzos de contacto y de flexión. Los esfuerzos de contacto dañan la superficie del engrane provocando picaduras, mientras que los esfuerzos de flexión se concentran en la raíz del diente causando la aparición de fracturas en dicha zona [1,2]. Durante el proceso de manufactura, así como en el ensamblaje de los engranes dentro del reductor, se provocan desalineamientos en diferentes direcciones que pueden afectar en la magnitud y distribución de los esfuerzos mencionados. Estos desalineamientos favorecen la aparición de grietas y la reducción de sus ciclos de vida útil [3].

Algunos de los efectos del desalineamiento en los esfuerzos en engranes han sido estudiado previamente. Hu y Mao [4] presentaron una investigación experimental para evaluar los efectos del desalineamiento en el desempeño de engranes hechos de material polímero.

Encontraron que debido al desalineamiento ocurre un incremento en el desgaste de los dientes de los engranes. Así mismo se presentaron de manera prematura microgrietas en la raíz de los dientes.

Ghazaly et al. [5] estudiaron cambios en el desalineamiento angular y sus efectos en la magnitud de los esfuerzos en dientes de engranes usando el método del elemento finito (MEF) mediante análisis estáticos. Encontraron que, a medida que incrementa el ángulo de desalineamiento, se incrementan los esfuerzos, mientras que, reduciendo la distancia entre centros, estos decrecen. Amani et al. [6] presentaron un estudio para evaluar la influencia de la desviación de la distancia de centros en la interferencia entre engranes rectos. Reportan que el riesgo de interferencia se incrementa a medida que se presenta la desviación de la distancia de centros. También, reportan que a bajas relaciones de transmisión el efecto de la interferencia es más pronunciado. Lias et al. [7]) utilizaron el MEF para analizar la distribución de esfuerzos en dientes de engranes bajo condiciones de desalineamiento axial. Encontraron que la concentración de esfuerzos presenta cambios a medida que se incrementa el ángulo de desalineamiento. Esto puede ocasionar la aparición de vibraciones excesivas. Así mismo presentan el parámetro factor de carga en el diente el cual recomiendan debe ser lo más cercano a 1 para reducir la aparición de grietas prematuras. Li [8] estudió el error de desalineamiento en dientes de engranes con perfil modificado usando análisis por medio del MEF. Encontraron que la rigidez se reduce considerablemente al incrementar el grado de desalineamiento. Así mismo los esfuerzos se incrementan arriba del 30 %. Estos esfuerzos tienden a concentrarse en la



orilla donde el ángulo de desalineamiento es 0°.

Los trabajos referenciados en los cuales se ha utilizado el MEF se limitan únicamente a considerar la magnitud y distribución de los esfuerzos. Debido a que la carga en el diente de los engranes se presenta de manera cíclica, es de esperarse que ocurra disminución de vida útil o falla por fatiga debido a la acumulación de ciclos de carga y a la magnitud de esfuerzos que, bajo estas condiciones, se vuelven alternantes.

En este trabajo se plantea un estudio de fatiga para conocer la influencia de desalineamiento axial y radial en la disminución de los ciclos de vida y la

distribución de esfuerzos alternantes en dientes de engranes acoplados. Los estudios se realizaron por medio de simulaciones del MEF. Los engranes utilizados pertenecen a la primera etapa del reductor de velocidad de un vehículo todo terreno.

## 2. Metodología

Los engranes estudiados en este trabajo pertenecen a la primera etapa de un reductor de velocidad utilizado para transmitir movimiento en un vehículo todo terreno participante en las competencias estudiantiles categoría Baja SAE. El material utilizado en los engranes es acero AISI 4130 cuyas principales propiedades se enlistan en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Propiedades del acero AISI 4130

Módulo de elasticidad (GPa)	205
Relación de Poisson	0.29
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	7850
Esfuerzo de fluencia (MPa)	435
Esfuerzo último (MPa)	670

Las dimensiones y características del par de engranes, presentados en la Tabla 2, se obtuvieron de un estudio previo en

el cual se realizó la optimización de los dos pares de engranes que componen al reductor [9].

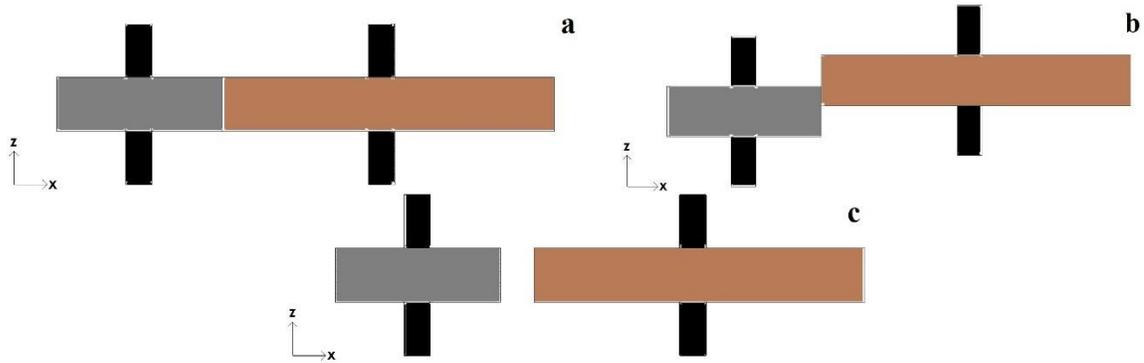
**Tabla 2.** Características de los engranes del reductor

Relación de transmisión	2.5
Módulo del engrane (mm)	2.5
Ancho del diente (mm)	10
Dientes del piñón	16
Dientes de la rueda	40
Ángulo de presión (°)	20
Relación de contacto	1.68



Los desalineamientos se evaluaron en dirección axial y radial cuya representación se muestran en la Figura 1. Para cada desalineamiento se consideraron dos casos cuya magnitud se definió en función del módulo del

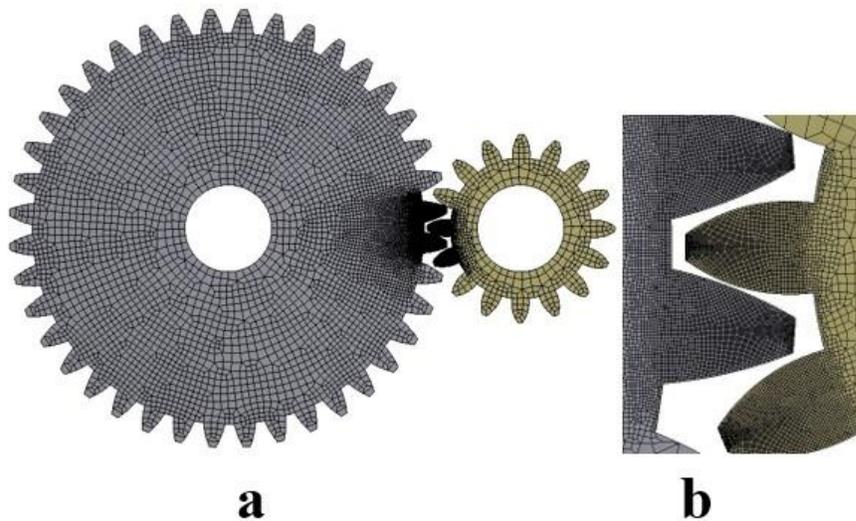
engrane M. Las cantidades de desalineamiento axial fueron M0.2 y M0.3, mientras que, para el desalineamiento radial fueron M0.2 y M0.5.



**Figura 1.** Configuración de engranes, a) modelo base, b) modelo con desalineamiento axial, c) modelo con desalineamiento radial.

El tipo de análisis del MEF que se utilizó para modelar la rotación de los engranes considera el contacto entre superficies para los esfuerzos y deformaciones en los dientes de los engranes. Como primer paso se modelaron las geometrías de los engranes en un software de dibujo asistido por computadora en formato parasolid

(.x\_t). El modelo fue discretizado con una malla no estructurada con elementos de tipo hexaédricos. Se refinaron dos dientes por engrane con el fin de no incrementar la densidad de malla resultando en un total de 373040 elementos. El mallado de los engranes se presenta en la Figura 2.



**Figura 2.** Discretización de los engranes, a) modelo completo, b) acercamiento a la zona de refinamiento.



El modelado del contacto se formuló con el algoritmo Aumentado de Lagrange considerando un contacto sin fricción con tratamiento de interfaz ajustable al contacto entre superficies. Estas condiciones fueron aplicadas en los flancos de los dientes del engrane.

Para conseguir el movimiento de rotación, durante el contacto, se aplicó una carga de velocidad rotacional a ambos engranes. La velocidad de rotación se fijó en 2600 RPM que corresponde a la velocidad en que se alcanza al momento del torque máximo

del motor Brigs & Stratton utilizado en las competencias Baja SAE [10]. El torque aplicado fue de 100 Nm considerando una primera reducción proveniente de la transmisión de tipo variable continua del vehículo [10]. Como restricciones de desplazamiento, al engrane piñón se le aplicó un soporte sin fricción, mientras que, en el engrane rueda para asegurar la respuesta al contacto, se utilizó un soporte fijo. Ambas condiciones fueron aplicadas en la cara interna del centro de los engranes.

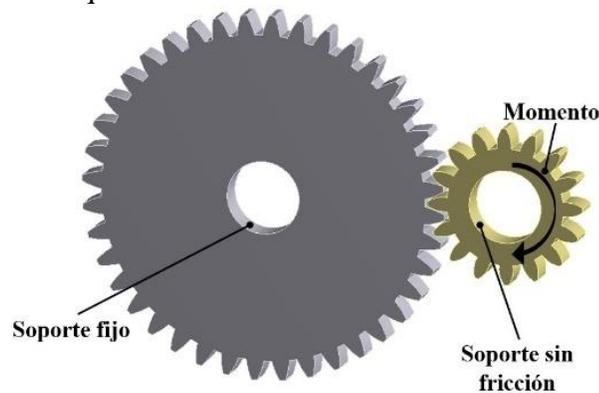


Figura 3. Aplicación de rotación y momento.

El análisis de fatiga se consideró de altos ciclos por lo que el estudio fue de tipo esfuerzo-vida. La carga se aplicó completamente reversible [11]. Del estudio se calcularon los esfuerzos alternantes y la variación de los ciclos de vida con respecto al torque aplicado para observar la resistencia de los

dientes de los engranes a la fatiga. Para este último estudio el torque se varió de 50 a 150 Nm. La curva S-N del material se obtuvo del trabajo reportado por Jeelani y Musial [12].

### 3. Resultados y Discusiones

Los resultados del estudio del acoplamiento de engranes con desalineamientos utilizando el MEF se presentan a continuación. En la Figura 4 se muestra la comparación de los ciclos de vida contra torque en los dientes de

los engranes piñón y rueda sometidos a desalineamiento radial. En ambos engranes de la geometría base o sin desalineamiento, los dientes sometidos a cargas mayores a los 100 Nm no presentan disminución en su vida útil ya



que la cantidad de ciclos soportados se encuentra en  $1 \times 10^6$  que es el límite de la curva S-N del material. El límite para que ocurra la falla por fatiga se encuentra cercano a los 120 Nm. En el caso de los engranes que presentan desalineamiento con magnitud M0.2 la falla se presentará con valores de torque de 60 Nm tanto en el piñón como en la rueda. Lo anterior indica una limitada capacidad de carga en caso de ocurrir el desalineamiento radial. Al incrementarse el desalineamiento a M0.5 se presenta una mayor resistencia a la fatiga ya que en las comparaciones se observa que es este el caso que

soporta un mayor torque sin afectar su vida útil. Lo anterior se debe a que al presentarse el desalineamiento a una magnitud de M0.2, el contacto entre los dientes se da fuera de la región del perfil de involuta del diente, causando lo que se conoce como interferencia. En M0.5 la región de contacto se encuentra cerca de la punta del diente lo que disminuye la transmisión de fuerza del diente del piñón hacia el diente de la rueda influyendo en la reducción de esfuerzos, sin embargo, esa transmisión de fuerza reduce la potencia que se obtendrá a la salida del eje conducido.

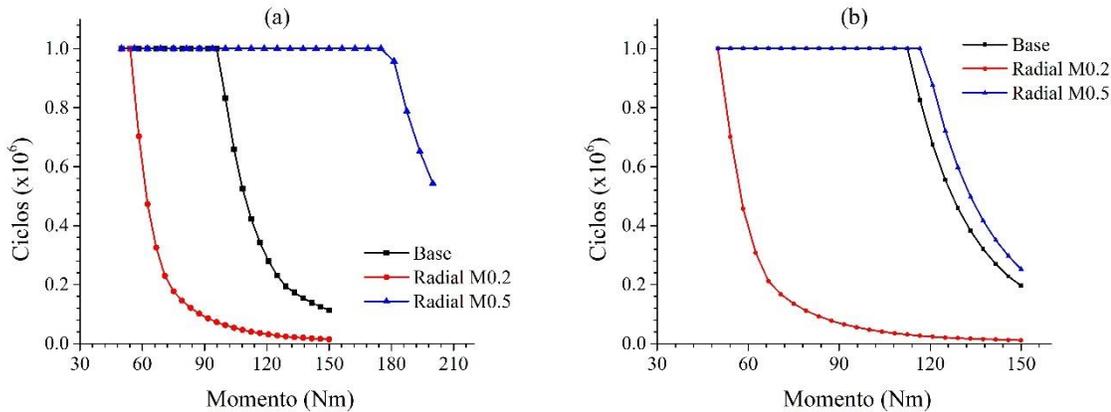
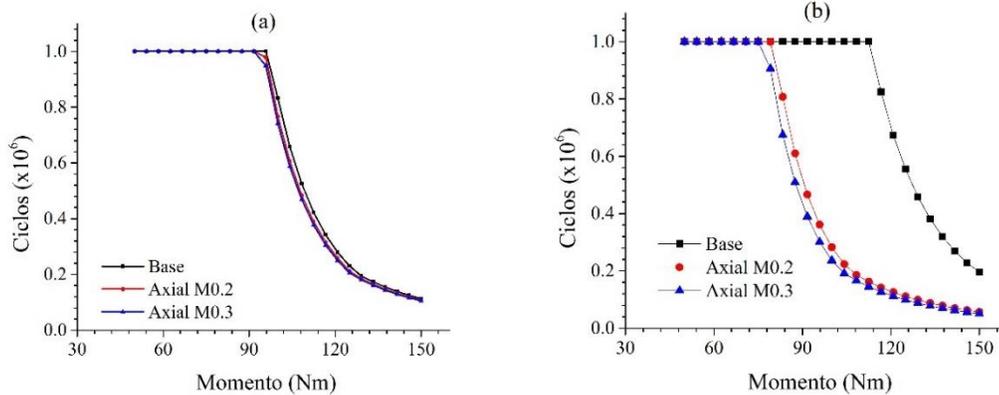


Figura 4. Ciclos de vida con desalineamiento radial, a) diente de engrane piñón, b) diente de engrane rueda.

La Figura 5 muestra la comparación de los ciclos de vida contra torque para el caso de desalineamiento axial. En ambos casos es el diseño base quien soporta un mayor torque y a medida que se incrementa el desalineamiento esta resistencia disminuye. A diferencia del desalineamiento radial, en el axial la

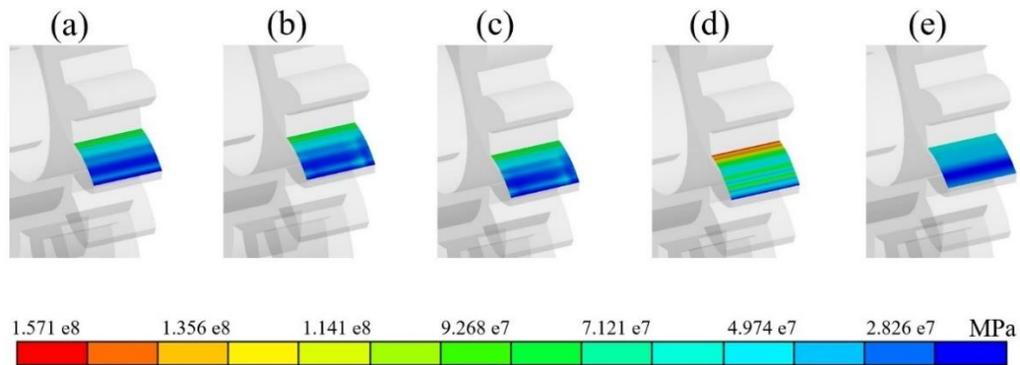
región de contacto disminuye concentrándose la carga en una menor área, lo que conduce a la reducción de la vida útil de los dientes. Este efecto se presenta de manera más pronunciada en los dientes del engrane piñón que son los que transmiten la carga hacia el engrane rueda.



**Figura 5.** Ciclos de vida con desalineamiento axial, a) diente de engrane piñón, b) diente de engrane rueda

La distribución de esfuerzos alternantes en el engrane piñón es presentada en la Figura 6. En todos los casos los mayores esfuerzos se concentran principalmente en la zona de la raíz de los dientes. También se observan variaciones en la concentración de esfuerzos que dependen principalmente de los cambios en la zona de contacto que son provocados por el desalineamiento. Para el desalineamiento axial es a las orillas

donde se reduce el esfuerzo debido a la disminución de contacto en esa zona. El desalineamiento radial genera fluctuaciones en los esfuerzos debido al contacto fuera del perfil de involuta de los dientes, sin embargo, al incrementarse a M0.5, la zona de contacto se traslada cerca de la punta del diente lo que provoca una considerable reducción en los esfuerzos alternantes.



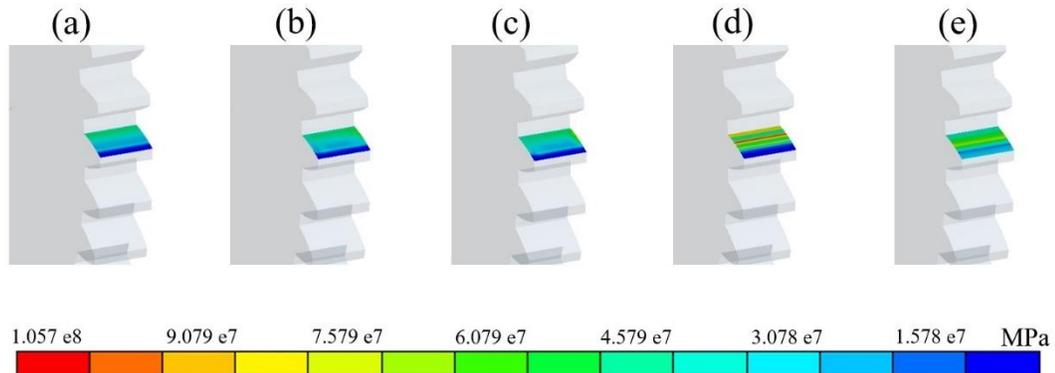
**Figura 6.** Esfuerzos alternantes en diente del engrane piñón, a) base, b) axial M0.2, c) axial M0.3, d) radial M0.2, e) radial M0.5

Los esfuerzos alternantes en el diente del engrane rueda son presentados en la Figura 7. La magnitud de los esfuerzos es menor en comparación con el engrane piñón. Con desalineamiento axial los esfuerzos son mayores en la zona de la raíz, mientras que con desalineamiento

radial se concentran en el flanco del diente lo que se atribuye a una menor fuerza que se transmite del piñón a la rueda. En la geometría base la huella de esfuerzos se extiende por todo el flanco del diente, mientras que con el



desalineamiento axial se mueve hacia el centro debido al cambio de contacto.



**Figura 7.** Esfuerzos alternantes en diente del engrane rueda, a) base, b) axial M0.2, c) axial M0.3, d) radial M0.2, e) radial M0.5.

#### 4. Conclusiones

En este trabajo se realizó un estudio de fatiga usando el MEF para observar los efectos del desalineamiento axial y radial en los ciclos de vida y en los esfuerzos alternantes de dientes de engranes rectos. Los resultados mostraron una considerable reducción en los ciclos de operación al presentarse el desalineamiento radial debido a que el contacto se presenta fuera del perfil de involuta de los dientes. Al incrementarse el desalineamiento se elimina este efecto sin embargo la transmisión de potencia se vería afectada por tal efecto. La raíz es la zona del diente que más se ve afectada por los esfuerzos, con excepción del engrane rueda con desalineamiento radial en los que se presentan en el flanco del diente. Por su parte en el desalineamiento axial la vida útil se reduce a medida que este incrementa, siendo sus efectos menos significativos. Los engranes rueda son los que menos resienten los efectos del desalineamiento.

#### Agradecimientos

Los autores agradecen a la Secretaría de Educación Pública de México a través del Programa para el Desarrollo Profesional Docente por el financiamiento brindado a este proyecto a través del convenio 511-6/18-9518.



## Referencias

- [1] A. Jangid and S. Kumar, “Modelling and Simulation Analyses for Bending Stresses in Involute Spur Gears by Finite Element Method,” International Journal of Applied Engineering Research, vol. 13, no. 12, pp. 10914-10923, 2018. [https://www.ripublication.com/ijaer18/ijaerv13n12\\_111.pdf](https://www.ripublication.com/ijaer18/ijaerv13n12_111.pdf).
- [2] Q. Wen, Q. Du and X. Zhai, “An analytical method for calculating the tooth surface contact stress of spur gears with tip relief,” International Journal of Mechanical Sciences, vol. 151, pp. 170-180, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.11.007>
- [3] J. Eng, S. Karuppanan and S. Patil, “Frictional stress analysis of spur gear with misalignments,” Journal of Mechanical Engineering and Sciences, vol. 12, no. 2, pp. 3566-3580, 2018. <https://doi.org/10.15282/jmes.12.2.2018.4.316>
- [4] Z. Hu and K. Mao, “An investigation of misalignment effects on the performance of acetal gears,” Tribology International, vol. 116, pp. 394-402, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2017.07.029>
- [5] N. Ghazaly, A. Kamel and M.O. Mousa, “Influence of misalignment and backlash on spur gear using fem,” International Journal of Mechanical and Production Engineering, vol. 2, no. 12, 2014. <https://www.semanticscholar.org/paper/INFLUENCE-OF-MISALIGNMENT-AND-BACKLASH-ON-SPUR-GEAR-Ghazaly-KAMEL/e9066a5e1f15c0d53b605813767c597e4d099472>.
- [6] A. Amani, V. Spitas and C. Spitas, “Influence of centre distance deviation on the interference of a spur gear pair,” International Journal of Powertrains, vol. 4, no. 4. 2015. <https://doi.org/10.1504/IJPT.2015.073785>
- [7] M.R. Lias, T.V. Rao, M Awang and M.A. Khan, “The Stress Distribution of Gear Tooth Due to Axial Misalignment Condition,” Journal of Applied Sciences, vol. 12, no. 23, pp.- 2404-2410, 2012. <https://doi.org/10.3923/jas.2012.2404.2410>
- [8] S. Li, “Effects of misalignment error, tooth modifications and transmitted torque on tooth engagements of a pair of spur gears,” Mechanism and Machine Theory, vol. 83, pp. 125-136. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2014.09.011>
- [9] C. Campos, J.O. Dávalos, D. Cornejo and A. Villanueva, “Optimización del diseño de los engranes del reductor de un vehículo todo terreno,” Mundo Fesc, vol. 9, no. 18, pp. 16-23, 2019. <https://www.fesc.edu.co/Revistas/OJS/index.php/mundofesc/article/view/443>.
- [10] Brigs & Stratton (2019, Dec 15) Racing engines model 19 [Online]. Available: <https://www.briggsracing.com/racing-engines/model-19>
- [11] P.K. Purushottam, J. Rangaraya, C Tara and D. Sameer, “Life prediction of spur gear under fully reversed loading using total life approach and crack initiation method in FEM,” Aksaray University Journal of Science and Engineering, vol. 3, no. 2, pp. 82-98, 2019. <https://doi.org/10.29002/asujse.498344>.
- [12] S. Jeelani and M. Musial, “A study of cumulative fatigue damage in AISI 4130 steel,” Journal of Materials Science, vol. 21, pp. 2109-2113, 1986. <https://doi.org/10.1007/BF00547954>



Este texto está protegido por una licencia [Creative Commons 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

*Usted es libre para Compartir —copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato— y Adaptar el documento —remezclar, transformar y crear a partir del material— para cualquier propósito, incluso para fines comerciales, siempre que cumpla la condición de:*

*Atribución: Usted debe dar crédito a la obra original de manera adecuada, proporcionar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que tiene el apoyo del licenciante o lo recibe por el uso que hace de la obra.*

[Resumen de licencia](#) - [Texto completo de la licencia](#)